



# TRANSMITEREA SUPRATENSIUNILOR ÎNTR-ÎNFAȘURĂRILE TRANSFORMATOARELOR DE DISTRIBUȚIE

Gheorghe M. Gavrilă, Florin H. Enache

Academia Tehnică Militară, București

**Rezumat** – Studiul teoretic al fenomenelor electromagnetice tranzitorii care apar în înfășurările transformatoarelor solicitate la unde de impuls atmosferic sau de comutație presupune adoptarea unor scheme echivalente (de regulă cu parametri concentrați) și calculul corect al parametrilor care intervin în aceste scheme, astfel încât rezultatele teoretice să concorde cu cele experimentale.

În lucrare se prezintă un model simplificat pentru studiul supratensiunilor între înfășurările transformatoarelor. Formulele stabilite pentru calculul coeficientului de transmitere a supratensiunilor permit evaluări mult mai apropiate de cele obținute experimental, față de cele efectuate cu formula lui  $K_0$  propusă de normele C.E.I.

**Cuvinte cheie** – model anizotrop, supratensiuni, transformatoare de distribuție, coeficient de transmitere

## 1. INTRODUCERE

Experiența îndelungată de exploatare, precum și statisticile privind deteriorările de echipamente electroenergetice întocmite de-a lungul anilor au arătat că transformatoarele de putere constituie unele dintre echipamentele cele mai vulnerabile ale sistemelor electroenergetice și că majoritatea avariilor care apar din cauza transformatoarelor au la origine defectarea izolației acestora. Faptul este explicabil dacă se observă că transformatoarele sunt singurele echipamente din sistemele electroenergetice în care, într-un spațiu restrâns, potențialele diferitelor puncte pot varia în rapoarte de la unități la sute de mii și în care intensitățile câmpului electric care solicită izolația ating valori foarte mari, dificil de evaluat și controlat. În cele mai multe cazuri deteriorările se produc chiar dacă rigiditatea dielectrică este depășită într-un singur punct. Pentru a putea preveni asemenea efecte ar trebui, în principiu, să se cunoască cu mare exactitate câmpul electric în toate punctele transformatorului și în toate regimurile normale sau anormale în care acesta trebuie să funcționeze.

Complexitatea problemei este dovedită de existența unei literaturi științifice și tehnice vaste, dedicată solicitărilor electrice ale transformatoarelor, cu privire la teoriile acestor solicitări, practica încercărilor, protecția la supratensiuni ș.a.

O analiză chiar și sumară a acestei literaturi reliefează următoarele:

- lipsa unui punct de vedere teoretic unitar în ceea ce privește natura evoluției fenomenelor;
- lipsa unor principii general valabile privind proiectarea, construcția și exploatarea transformatoarelor;
- lipsa unei metodologii generale și unanim acceptate în

privința încercării transformatoarelor.

Aspectele enumerate mai sus sugerează faptul că un progres real în acest domeniu s-ar obține dacă s-ar proceda la formularea unei teorii mai exacte și mai cuprinzătoare a fenomenelor electromagnetice din transformatoare. Trebuie înțeles că nu este vorba de descoperirea unor fenomene electromagnetice noi, ci de a aplica mai exact teoria generală a electromagnetismului în cazul particular al transformatoarelor, adică este necesară găsirea unui model teoretic mai apropiat de realitate decât cele utilizate până în prezent. Se subînțelege că, cu toate neajunsurile semnalate anterior, teoriile existente, ca și practicile stabilite pe baza lor au reprezentat un progres important în stăpânirea, cel puțin calitativă, a fenomenelor, constituind o bază utilă pentru orice cercetare ulterioară.

Fenomenele care au loc în transformatoare, la trecerea de la un regim de funcționare la altul se desfășoară în timp, trecând prin regimuri tranzitorii, în decursul cărora, curenții prin înfășurări, potențialele diferitelor puncte, tensiunile la borne și corespunzător, solicitările electrice, mecanice și termice pot atinge valori periculoase pentru construcția însăși, sau pentru alte echipamente electrice cu care acestea sunt interconectate în cadrul unui sistem sau subsistem electroenergetic.

Studiul teoretic al fenomenelor electromagnetice tranzitorii care apar în înfășurările transformatoarelor presupune adoptarea unor scheme echivalente adecvate (de regulă, cu parametri concentrați, fig. 1) precum și determinarea corectă a parametrilor care intervin în aceste scheme, astfel încât rezultatele calculului să concorde cu cele obținute pe cale experimentală.

Adoptarea schemelor echivalente trebuie să pornească de la formularea corectă a problemei de câmp electromagnetic, adică de la stabilirea unui *model fenomenologic* al acesteia. Traducerea în plan formal a fenomenelor esențiale, pe baza unei corespondențe biunivoce, constituie ceea ce se numește *model matematic*. Modelul fenomenologic și cel matematic realizează așa-numitul *model teoretic de câmp*.

## 2. MODELUL ANIZOTROP AL TRANSFORMATORULUI

Din teoria clasică a transformatorului monofazat funcționând în regim armonic permanent, se știe că acesta poate fi studiat ca un cuadripol realizat din rezistențe și inductivități cuplate între ele. Cu alte cuvinte, în acest regim intervin atât câmpul electric al

conductoarelor cât și câmpul magnetic care cuplează înfașurările.

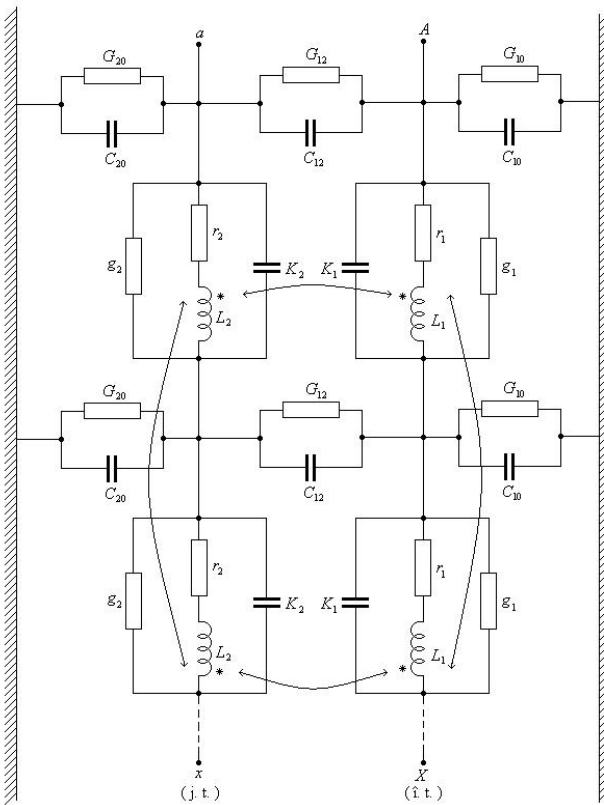


Fig.1 - Schema echivalentă cu parametri concentrați a unui transformator monofazat

Această teorie neglijează voit câmpul electric dintre înfașurări sau dintre acestea și pământ, fiind ignorate cuplajele capacitive și influența lor asupra cuplajelor inductive. Măsurătorile efectuate în regimuri tranzitorii rapide, de tipul solicitărilor la unde de supratensiuni atmosferice (fig. 2) pun în evidență fenomene oscilante care nu pot apărea într-o schemă fără cuplaje capacitive. Aceasta este o dovadă a faptului că în transformatorul supus regimurilor tranzitorii rapide, câmpul electric și câmpul magnetic trebuie considerate simultan, sau altfel exprimat, transformatorul este sediul unor fenomene de câmp electromagnetic, în general nestaționar.

În principiu, în fiecare punct M din fereastra transformatorului există un câmp electromagnetic caracterizat de vectorii  $\vec{E}$  și  $\vec{H}$  care au, în general, toate componentele scalare posibile.

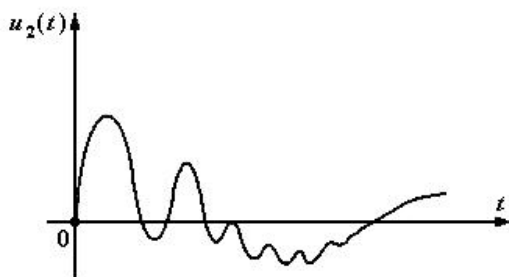


Fig.2 - Oscilograma tensiunii transmise în înfașurarea de joasă tensiune când înfașurarea de înaltă tensiune este supusă la o undă de supratensiune atmosferică

Dacă se consideră ca plan transversal ( $xOy$ ) planul ferestrei și direcția normală pe acest plan ( $Oz$ ) ca direcție longitudinală se poate observa ușor că înfașurarea canalizează curenții de conducție în sens longitudinal, pe când circuitul magnetic canalizează fluxul magnetic în plane transversale. Aceasta atrage atenția asupra faptului că anizotropia constructivă a transformatorului are influență asupra structurii câmpului însuși.

Ca orice problemă de câmp electromagnetic și problema câmpului în transformator constă în determinarea vectorilor  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$ , care descompuși după componentele longitudinale ( $l$ ) și transversale ( $t$ ) pot fi scriși:

$$\vec{E} = \vec{E}_l + \vec{E}_t; \vec{D} = \vec{D}_l + \vec{D}_t; \vec{H} = \vec{H}_l + \vec{H}_t; \vec{B} = \vec{B}_l + \vec{B}_t \quad (1)$$

și care satisfac ecuațiile lui Maxwell:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

Pe de altă parte însă, din analiza calitativă făcută anterior, când s-a arătat că liniile câmpului magnetic sunt conținute în plane transversale, rezultă că efectele inducției produse de componenta longitudinală se pot considera neglijabile, iar valorile de punct ale acestor componente sunt foarte mici în raport cu cele transversale, astfel că se poate scrie:

$$\vec{H} \cong \vec{H}_t; \vec{B} \cong \vec{B}_t \quad (3)$$

Cu:  $\vec{J} = \vec{J}_l + \vec{J}_t$  și în aproximația uzuală  $|\partial \vec{D}_l / \partial t| \ll \vec{J}_l$ , ecuațiile lui Maxwell (2) pentru componentele transversale capătă forma:

$$\nabla \times \vec{H}_t = \vec{J}_t; \nabla \times \vec{E}_t = 0, \quad (4)$$

care sunt ecuațiile de regim staționar.

Ecuațiile (4) permit definirea și calculul parametrilor de circuit ca într-un regim staționar, astfel că adoptarea unei scheme echivalente cu parametri concentrați pentru studiul fenomenelor tranzitorii în transformatoarele este justificată [1].

Trebuie precizat însă că neglijarea unor termeni din sistemul de ecuații al lui Maxwell, nu se poate face oricum, ci sistematic, urmărind consecințele în ansamblul problemei de câmp studiate. Aceasta implică adoptarea și justificarea unui model teoretic în acord cu teoria câmpului electromagnetic.

În medii imobile ( $\vec{v} = 0$ ), regimul variabil cel mai general al câmpului electromagnetic este descris de ecuațiile lui Maxwell:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \nabla \cdot \vec{B} = 0; \nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (5)$$

la care se adaugă condițiile de trecere pentru puncte situate pe suprafețe de discontinuitate:

$$\begin{aligned}
\nabla_s \times \bar{H} &= \bar{n}_{12} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = 0; \\
\nabla_s \times \bar{E} &= \bar{n}_{12} \times (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = 0; \\
\nabla_s \cdot \bar{B} &= \bar{n}_{12} \cdot (\bar{B}_2 - \bar{B}_1) = 0; \\
\nabla_s \cdot \bar{D} &= \bar{n}_{12} \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1) = \rho_s.
\end{aligned} \tag{6}$$

Sistemul de ecuații al lui Maxwell se completează cu legile de material care stabilesc legături dependente de natura materialelor între cuplurile de vectori  $(\bar{E}, \bar{D})$ ,  $(\bar{H}, \bar{B})$ ,  $(\bar{J}, \bar{E})$ .

Una dintre problemele majore ale teoriei macroscopice a electromagnetismului constă tocmai în a exprima cât mai fidel aceste legături.

De regulă, legile de material sunt simplificate, așa încât ele descriu doar aproximativ comportarea reală a materialelor. Deoarece ponderea diferiților termeni din ecuațiile lui Maxwell este în multe cazuri inegală, studiul poate fi simplificat prin neglijarea unora dintre ei, așa cum s-a procedat, de exemplu, cu neglijarea fenomenelor de inducție electromagnetică produse de fluxul magnetic longitudinal în cazul transformatorului.

Ca urmare a acestor aproximații se constată că diferitele forme simplificate ale ecuațiilor lui Maxwell și ale legilor de material care descriu în mod aproximativ fenomenele electromagnetice din sistemele fizice reale, pot descrie exact aceste fenomene în sisteme fizice idealizate, numite modele teoretice. De fapt, în majoritatea cazurilor, studiile teoretice referitoare la câmpul electromagnetic, au în vedere explicit sau implicit, modele teoretice.

Trebuie precizat de asemenea, că utilitatea modelelor teoretice nu este legată numai de simplificarea problemei de rezolvat; în multe cazuri, alegerea judicioasă a unui model teoretic permite reliefaarea fenomenelor principale care au loc în sistemele fizice reale. Se subînțelege că realizarea unui model teoretic nu este o operație arbitrară.

Se impune totdeauna condiția ca relațiile obținute din ecuațiile lui Maxwell, completate cu legile de material să formeze sistem complet, adică să permită determinarea tuturor mărimilor de câmp care intervin în ele, pentru anumite condiții inițiale și pe frontieră.

În cazul transformatorului se poate considera o anizotropie din punct de vedere electric și magnetic, anizotropie sugerată de însăși construcția acestuia și care se poate introduce prin constantele de material  $\varepsilon, \mu, \sigma$  (în general tensori simetrici de ordinul doi).

Se poate deci adopta ca model teoretic anizotrop al transformatorului real, un transformator ideal, cu aceeași configurație geometrică, dar cu proprietăți anizotrope ale mediilor conductoare ( $c$ ) și dielectrice ( $d$ ).

Acestea sunt caracterizate de următorii tensori de ordinul doi simetrici, dependenți numai de punct ( $M$ ) și independenți de timp și de valorile mărimilor de câmp: *tensorul permitivității, tensorul permeabilității, tensorul conductivității*:

$$\begin{aligned}
\bar{\varepsilon}(M) \Big|_{M \in S_c \cup S_d} &= \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
\bar{\mu}(M) \Big|_{M \in S_c \cup S_d} &= \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
\bar{\sigma}_c(M) \Big|_{M \in S_c} &= \begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_c \end{bmatrix}; \\
\bar{\sigma}_d(M) \Big|_{M \in S_d} &= \begin{bmatrix} \sigma_d & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{7}$$

S-a considerat că domeniul ocupat de secțiunea conductoarelor este  $S_c$ , iar domeniul ocupat de secțiunea dielectricilor este  $S_d$ , axele principale ale tensorilor fiind axele de coordonate  $(0x, 0y, 0z)$ .

Relațiile (7) atestă că tensorii respectivi păstrează proprietățile transversale ale transformatorului și le idealizează pe cele longitudinale (de altfel, cele corespunzătoare lui  $\bar{\varepsilon}$  și  $\bar{\mu}$  nu se pot realiza fizic).

Așadar, modelul teoretic sub forma cea mai generală este caracterizat de ecuațiile (5), (6) completate cu legile de material (tensoriale):

$$\bar{D} = \bar{\varepsilon}\bar{E}; \quad \bar{B} = \bar{\mu}\bar{H}; \quad \bar{J} = \bar{\sigma}\bar{E}. \tag{8}$$

Observând modul cum sunt definiți tensorii lui  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{\mu}$  și  $\bar{\sigma}$ , modelul teoretic se mai poate încă simplifica. Cum:

$$\begin{aligned}
\bar{E}_t(M) \Big|_{M \in S_c} &= \frac{1}{\sigma_{ct}} \bar{J}_t = 0; \\
\bar{D}_t(M) \Big|_{M \in S_c \cup S_d} &= \varepsilon_t \bar{E}_t = 0; \\
\bar{B}_t(M) \Big|_{M \in S_c \cup S_d} &= \mu_t \bar{H}_t = 0; \\
\bar{J}_t(M) \Big|_{M \in S_d} &= \sigma_{dt} \bar{E}_t = 0,
\end{aligned} \tag{9}$$

rezultă că modelul anulează componentele transversale ( $t$ ) ale câmpului electric în conductoare, componenta longitudinală a densității curentului de conducție în dielectric, componentele longitudinale ( $l$ ) ale inducțiilor în tot cuprinsul ferestrei (inclusiv în fier), păstrând neschimbată configurația câmpului transversal.

Dacă se descompun vectorii câmp și operatorul diferențial  $\nabla$  în componente longitudinale ( $l$ ) și transversale ( $t$ ), se pot scrie relațiile:

$$\begin{aligned}
\bar{D} &= \bar{D}_l + \bar{k}\bar{D}_t; \quad \bar{E} = \bar{E}_l + \bar{k}\bar{E}_t; \\
\bar{B} &= \bar{B}_l + \bar{k}\bar{B}_t; \quad \bar{H} = \bar{H}_l + \bar{k}\bar{H}_t; \quad \bar{J} = \bar{J}_l + \bar{k}\bar{J}_t; \\
\nabla &= \nabla_l + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}; \quad \nabla_t = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Introducând (10) în (5), (8), (6), ținând seama de (7) și (9) se obține următorul set de relații:

$$\begin{aligned} \nabla_t \times \bar{H}_t &= \bar{k}J_t; \quad \nabla_t \times \bar{E}_t = 0; \\ \nabla_t \cdot \bar{B}_t &= 0; \quad \nabla_t \cdot \bar{D}_t = 0; \quad \bar{D}_t = \varepsilon \bar{E}_t; \\ \bar{B}_t &= \mu \bar{H}_t; \quad \bar{J}_t = \sigma_{cl} \bar{E}_t; \quad \nabla_{ts} \times \bar{H}_t = \bar{k}J_{ts}; \\ \nabla_{ts} \times \bar{E}_t &= 0; \quad \nabla_{ts} \cdot \bar{B}_t = 0; \quad \nabla_{ts} \cdot \bar{D}_t = \rho_s; \end{aligned} \quad (11)$$

care reprezintă sistemul de ecuații de stare ale câmpului electromagnetic transversal, format din ecuațiile corespunzătoare câmpurilor electrice și magnetice bidimensionale cuasistaționare.

Pe baza lor se pot defini și calcula parametrii de circuit. Din analiza sistemului de ecuații (11) rezultă următoarele consecințe importante:

- Câmpul electric transversal este potențial;
- Secțiunile transversale ale conductoarelor sunt echipotențiale;
- Sarcina electrică se repartizează numai pe suprafața conductoarelor;
- Potențialul scalar satisface ecuația lui Poisson sau Laplace;
- Câmpul magnetic transversal derivă dintr-un potențial magnetic vector (cu o singură componentă longitudinală).

Din cele de mai sus se desprinde următoarea concluzie generală: câmpul electromagnetic din fereastra modelului anizotrop al transformatorului se determină ca și cum ar fi bidimensional, cu metodele electrostaticii și ale câmpului magnetic staționar, permițând definirea și calculul parametrilor de circuit (capacități, conductanțe și inductivități), păstrând valabilitatea consecințelor teoremelor de unicitate pentru regimurile variabile ale câmpului electromagnetic [2].

Pe de altă parte, folosind aceeași descompunere a vectorilor câmp și a operatorului diferențial  $\nabla$ , din primele două ecuații (5), rezultă sistemul:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{H}_t}{\partial z} - \nabla_t H_t &= \left( \bar{J}_t + \frac{\partial \bar{D}_t}{\partial t} \right) \times \bar{k}; \\ \frac{\partial \bar{E}_t}{\partial z} - \nabla_t E_t &= -\frac{\partial \bar{B}_t}{\partial t} \times \bar{k}, \end{aligned} \quad (12)$$

care reprezintă ecuațiile de evoluție ale câmpului electromagnetic.

Pentru obținerea ecuațiilor de propagare se procedează astfel: se consideră un conductor al înfășurării parcurs de curentul ( $i$ ), cu secțiunea transversală înălțuită de o curbă ( $\Gamma$ ); efectuând apoi circulația pe conturul ( $\Gamma$ ) pentru ambii membri ai primei ecuații din (12) și observând că:

$$\begin{aligned} \oint_{\Gamma} \bar{H}_t \cdot d\bar{r}_t &= i; \quad \oint_{\Gamma} \nabla_t H_t \cdot d\bar{r}_t = i; \\ \oint_{\Gamma} (\bar{J}_t \times \bar{k}) \cdot d\bar{r}_t &= -i_p; \quad \oint_{\Gamma} (\bar{D}_t \times \bar{k}) \cdot d\bar{r}_t = -\rho_t, \end{aligned} \quad (13)$$

unde  $i_{lp}$  este curentul transversal de pierderi în dielectric,  $\rho_t$  este densitatea lineică de sarcină de pe suprafața conductorului, rezultă ecuația:

$$-\frac{\partial i}{\partial z} = i_{lp} + \frac{\partial \rho_t}{\partial t}. \quad (14)$$

Integrând apoi, cea de-a doua ecuație din (12) de-a lungul unei drepte formate de punctele  $M$  de pe conductorul considerat și  $M_0$ , punct de referință ( $V(M_0) = 0$ ) și observând că:

$$\begin{aligned} \int_M^{M_0} \bar{E}_t \cdot d\bar{r}_t &= V(z); \\ \int_M^{M_0} \nabla_t E_t \cdot d\bar{r}_t &= E_t(M) - E_t(M_0) = u_t; \\ \int_M^{M_0} (\bar{B}_t \times \bar{k}) \cdot d\bar{r}_t &= -\Phi_t, \end{aligned} \quad (15)$$

unde:  $u_t$  este căderea de tensiune liniară între conductorul considerat și cel de referință, iar  $\Phi_t$  fluxul magnetic pe unitatea de lungime în sens longitudinal între cele două conductoare, se obține:

$$-\frac{\partial V}{\partial z} = u_t + \frac{\partial \Phi_t}{\partial t} \quad (16)$$

Așadar, ecuațiile (14) și (16) reprezintă ecuațiile de propagare valabile pentru fiecare conductor din fereastra transformatorului.

### 3. TRANSMITEREA SUPRATENSIUNILOR

Documentul CEI 71-2/1976 [17] face referire la transmiterea capacitivă a supratensiunilor între înfășurările transformatoarelor. Astfel, pe baza celei mai simple scheme capacitive a unui transformator monofazat (fig. 3a), care reprezintă de fapt, un divizor capacitiv (fig. 3b) se recomandă pentru calculul supratensiunii transmise din primar în secundar, relația:

$$u_2(t) = \frac{C_{12}}{C_2 + C_{12}} u_1(t), \quad (17)$$

unde  $C_1$ ,  $C_2$  și  $C_{12}$  sunt capacitățile totale (globale) ale înfășurărilor primare și secundare față de pamânt, respectiv capacitatea de cuplaj dintre cele două înfășurări.

În cele ce urmează se face o analiză calitativă și cantitativă de transmitere a supratensiunilor între înfășurări pe un model simplificat, dar mai evoluat decât cel propus de normele CEI.

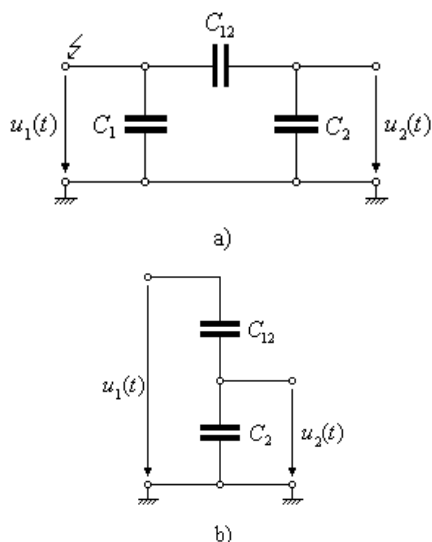


Fig.3 – Scheme echivalente capacitive ale transformatorului monofazat

Unul dintre fenomenele neelucidate sub aspect teoretic și experimental, îl reprezintă transmiterea supratensiunilor tranzitorii între înfășurările transformatoarelor în regimul solicitării izolației acestora la supratensiuni atmosferice.

#### 4. SCHEMA ECHIVALENTĂ ȘI ECUAȚIA TENSIUNII TRANSMISE

Se consideră schema echivalentă a unui transformator monofazat redată în fig.4, în care s-au neglijat capacitățile longitudinale și rezistențele înfășurărilor, deci fără considerarea amortizării oscilațiilor. Schema redată în fig.4 reprezintă un pentapol (cuadripol+borna de masă). Eliminând cuplajul mutual și considerând câte o extremitate a înfășurărilor legată la pământ, se obține schema operațională din fig.5.

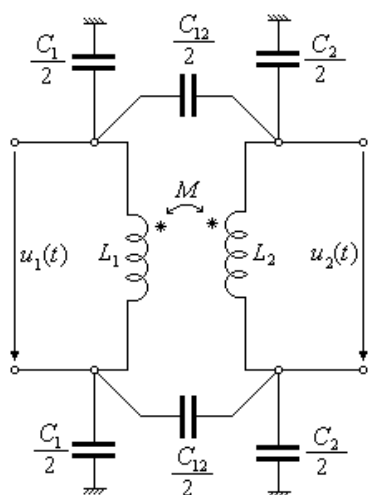


Fig.4 – Schema echivalentă cu inductivități și capacități

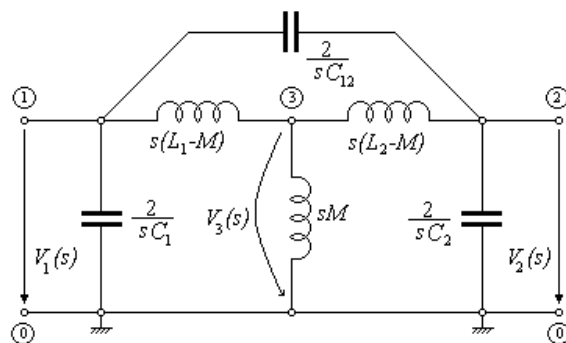


Fig.5 – Schema echivalentă după eliminarea cuplajului mutual

Cu notațiile din fig.5 și folosind, de exemplu, metoda potențialelor la noduri, rezultă, după calcule, funcția operațională de transfer (coeficientul operațional de transmitere):

$$K(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = K_0 \frac{s^2 + \omega_1^2}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (18)$$

unde s-au făcut notațiile:

$$K_0 = \frac{C_{12}}{C_2 + C_{12}}; \quad \omega_1^2 = \frac{2M}{\sigma C_{12} L_1 L_2}; \quad (19)$$

$$\omega_0^2 = \frac{2}{\sigma L_2 (C_2 + C_{12})}; \quad \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$$

$\sigma$  fiind coeficientul de dispersie.

Folosind prima teoremă a lui Heaviside, rezultă funcția originală:

$$K(t) = K_0 \delta(t) + K_0 \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} \sin \omega_0 t \cdot \gamma(t), \quad (20)$$

unde  $\delta(t)$  este funcția impuls Dirac, iar  $\gamma(t)$  este funcția treaptă unitate.

Cu ajutorul integralei Duhamel se obține expresia tensiunii transmise din primar în secundar sub forma:

$$v_2(t) = K_0 \left[ v_1(t) + \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} \int_0^t v_1(\tau) \sin \omega_0(t - \tau) d\tau \right]. \quad (21)$$

Prezența integralei de convoluție din expresia (21) arată că supratensiunea transmisă depinde nu numai de structura transformatorului, ci și de forma și evoluția în timp a impulsului aplicat  $v_1(t)$ .

Prezintă interes analizarea următoarelor trei cazuri:

**a) impuls treaptă** (fig.6a)

$$v_1(t) = U_0 \gamma(t). \quad (22)$$

Se obține:

$$v_2(t) = K_0 U_0 \left[ 1 + \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t) \right] \gamma(t), \quad (23)$$

a cărei valoare maximă (pentru  $\cos \omega_0 t = 1$ ) este:

$$v_{2\max}(t) = K_0 U_0 = U_0 \frac{C_{12}}{C_2 + C_{12}}, \quad (24)$$

ceea ce confirmă teoria transmisiei capacitive.

**b) impuls rampă** (fig.6b)

$$v_1(t) = \frac{U_0}{T_f} t, \quad t \in [0, T_f]. \quad (25)$$

Cu (21) se obține:

$$v_2(t) = K_0 \frac{U_0}{T_f} \left[ \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 t + \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_0^3} \sin \omega_0 t \right]. \quad (26)$$

Cum  $\omega_0 > \omega_1$ , pentru  $\sin \omega_0 t = 1$  sau  $\omega_0 t_m = \frac{\pi}{2} + 2m\pi$   $m=0,1,\dots$  relația (26) devine:

$$v_2(t) = K_0 \frac{U_0}{T_f} \left[ \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 t_m + \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_0^3} \right], \quad (27)$$

care pentru  $t_m = T_f$  dă:

$$v_2(t) = K_0 \frac{U_0}{\omega_0 T_f} \left[ 1 + (\omega_0 T_f - 1) \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 \right] > K_0 \frac{U_0}{\omega_0 T_f}, \quad (28)$$

deoarece  $\omega_0 T_f \geq 1$ .

Când  $\omega_0 T_f \ll 1$ , dezvoltând în serie  $\sin \omega_0 T_f$  în (26), rezultă:

$$v_2(t) \cong K_0 \frac{U_0}{T_f} t. \quad (29)$$

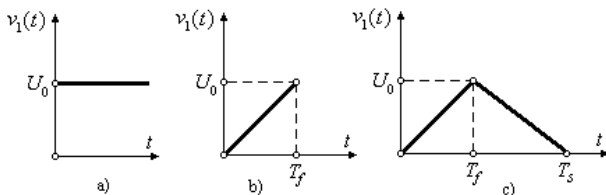


Fig.6 – Diferite forme de impuls

**c) impuls triunghiular** (fig.6c) simulând timpul de front  $T_f$  respectiv de spate  $T_s$  al unei de impuls atmosferic (1,2/50  $\mu$ s).

Apar următoarele cazuri limită:

• când  $\sin \omega_0 T_f \ll 1$ , expresia (29) rămâne valabilă;

• când  $\omega_0 T_f \geq \frac{\pi}{2}$ ,  $v_2(t)$  se poate calcula cu relația

(26). Dacă însă  $t = T_f$  și  $\frac{\omega_1}{\omega_0} \ll 1$ , cu relația (28) se

obține:

$$v_{2\max} \cong K_0 \frac{U_0}{\omega_0 T_f} = K_0 \frac{1}{2\pi} \frac{T_0}{T_f} v_{1\max} = K v_{1\max} \quad (30)$$

unde  $T_0$  este perioada oscilațiilor proprii ale înfășurărilor transformatorului.

Cum  $\frac{T_0}{T_f} \leq 1$ , rezultă  $K < K_0$ .

Din cele de mai sus rezultă că valoarea maximă a coeficientului de transmitere a supratensiunilor între înfășurările transformatoarelor corespunzătoare oscilațiilor libere ( $K$ ) nu depășește niciodată valoarea coeficientului de transmitere capacitivă ( $K_0$ ).

## 5. CONSIDERAREA PARAMETRILOR CONSTRUCTIVI

Concluzii și mai interesante din punct de vedere practic se obțin dacă se apelează la parametrii constructivi ai transformatorului monofazat.

Astfel, dacă se consideră o structură simplă a transformatorului monofazat, plan-paralelă, cu două straturi, cu circuit magnetic nesaturat ( $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ), așa cum s-a arătat în [1], inductivitatea totală de dispersie raportată la secundar se poate calcula cu relația:

$$L_d = \mu_0 N_2^2 \frac{\pi d_{12}}{l_d} \left( a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right), \quad (31)$$

unde  $l_d$  este lungimea medie a liniei de câmp magnetic care, cu aproximația lui *Rogowski*, are expresia:

$$l_d \cong \frac{h}{1 - \frac{a_1 + a_2 + a_{12}}{\pi h}}. \quad (32)$$

Mai mult, presupunând liniile de câmp magnetic din fereastră paralele, se poate scrie:

$$\sigma L_2 \cong L_{d2} = \mu_0 N_2^2 \frac{a_{12} l}{l_d}, \quad (33)$$

unde  $N_2$  este numărul de spire al înfășurării secundare,  $l$  este lungimea unei spire,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_{12}$ ,  $h$ ,  $d_{12}$  având semnificația din fig.7.

Calculând capacitățile  $C_2$  și  $C_{12}$  cu relațiile:

$$C_2 = \frac{\epsilon h l}{a_2}; \quad C_{12} = \frac{\epsilon h l}{a_{12}} \quad (34)$$

și notând cu  $l_2 = N_2 l$  lungimea totală a conductorului

înfașurării secundare, cum  $l_d \approx h$ , înlocuind în formula lui  $\omega_0$  din (19) se obține:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2a_2}{a_2 + a_{12}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu_0}} \cdot \frac{l}{l_2} = \sqrt{\frac{2a_2}{a_2 + a_{12}}} \cdot \frac{c}{l_2} = \sqrt{2K_0} \cdot \frac{c}{l_2}, \quad (35)$$

unde  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu_0}}$  este viteza de propagare a undelor electromagnetice.

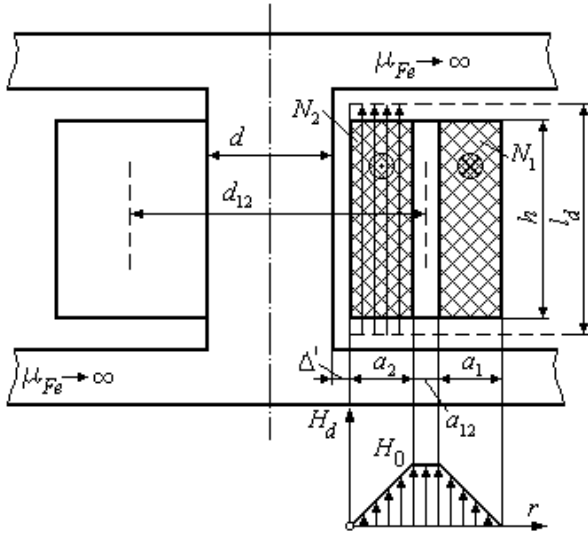


Fig.7 – Relativ la parametrii constructivi

Dacă se notează cu

$$T = \frac{l_2}{c} = N_2 l \sqrt{\varepsilon\mu_0} \quad (36)$$

timpul de propagare a undelor electromagnetice de-a lungul înfașurării secundare, relația (35) devine:

$$\omega_0 = \frac{1}{T_p} \sqrt{2K_0}. \quad (37)$$

Cum  $\omega_0 T_0 = 2\pi$  și  $K_0 < 1$ , rezultă:

$$\frac{T_0}{T_p} = \frac{2\pi}{\sqrt{2K_0}} > 1. \quad (38)$$

Când  $\omega_0 T_f \geq \frac{\pi}{2}$ , adică  $T_p < 4T_f$ , din relația (30) se obține:

$$K = \frac{T_p}{T_f} \sqrt{\frac{K_0}{2}}. \quad (39)$$

Relația (39), deosebit de simplă, are o semnificație fizică extrem de importantă, și anume arată că supratensiunile transmise depind de panta de creștere a unei incidente, de timpul de propagare a supratensiunilor, precum și de modul de dispunere a înfașurărilor transformatoarelor.

## 6. COMPARAREA REZULTATELOR TEORETICE CU CELE EXPERIMENTALE

Valorile obținute pentru coeficienții de transmitere folosind relația (39) sunt în bună concordanță cu valorile obținute pe baza măsurătorilor la unda de impuls atmosferic (1,2/50 μs), așa cum de altfel se constată din examinarea rezultatelor prezentate în tabelul de mai jos, pentru patru tipuri de transformatoare de distribuție de construcție românească.

Tabelul 1 – Rezultate teoretice și experimentale

Nr crt	Tip trafo	K[%]			K0[%]
		Calc. cu relația (39)	Calc. cu relația (30)	Obț. exper.	Calc. cu rel. (19)
1.	TTU-A1, 100kVA, 20/0,4 kV, Y-z05	6,64	8,70	8,70	50,60
2.	TTU-A1, 160kVA, 20/0,4 kV, Y-z05	5,15	6,02	6,50	44,70
3.	TTU-A1, 250kVA, 20/0,4 kV, D-y05	3,27	3,98	4,80	31,50
4.	TTU-A1, 630kVA, 20/0,4 kV, D-y05	3,34	4,73	7,60	43,90

## 7. CONCLUZII

- Cercetarea fenomenelor electromagnetice tranzitorii care apar în înfașurările transformatoarelor supuse la supratensiuni atmosferice sau de comutație presupune adoptarea unor scheme echivalente (de regulă, cu parametri concentrați) precum și determinarea corectă a parametrilor care intervin în aceste scheme, astfel încât rezultatele calculului să concorde cu cele obținute pe cale experimentală.
- Adoptarea schemelor echivalente trebuie să pornească de la formularea corectă a problemei de câmp electromagnetic, adică de la stabilirea unui model fenomenologic al acestuia, care împreună cu modelul matematic să realizeze un model teoretic de câmp, adecvat.
- Din teoria modelului anizotrop al transformatorului propusă în lucrare se desprinde următoarea concluzie generală: câmpul electromagnetic din fereastra transformatorului se determină ca și cum ar fi bidimensional, cu metodele electrostaticii, electrocineticii și ale câmpului magnetic staționar, permițând definirea și calculul parametrilor de circuit (capacități, conductanțe și inductivități), păstrând valabilitatea consecințelor teoremelor de unicitate pentru regimurile variabile ale câmpului electromagnetic.
- Relațiile de calcul pentru calculul coeficientului de transmitere a supratensiunilor între înfașurările

transformatoarelor, stabilite în lucrare, permit evaluări mult mai apropiate de cele obținute experimental, față de cele efectuate cu formula lui  $K_0$  propusă de CEI, care conduc la aprecieri eronate (pesimiste).

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Gh. Gavrilă, *Contribuții la studiul fenomenelor electromagnetice tranzitorii în bobine și transformatoare electrice*, București: Institutul Politehnic, 1985, Teză de doctorat
- [2] R. Răduleț, A. Țugulea, Al. Timotin, *Teoreme de unicitate pentru regimuri variabile ale câmpului electromagnetic*, În: Studii și cercetări energ. electr., 1971, tom. 21, nr.1, pp.109-128
- [3] Gh. Gavrilă, *În legătură cu parametrii schemei echivalente a transformatorului supus la tensiuni de impuls*, În: Volumul 3 al Conferinței Naționale de Electrotehnică și Energetică, Timișoara, 17-18 sept, 1982, pp. 171-180
- [4] R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, *The electromagnetic field of electric lines with losses*, In: Rev. Roum.Sci. Techn. – Electrotech. et Energ., 1970, tom. 15, no. 3, pp. 351-371
- [5] A. Moraru, *Anisotropic field model of the transformer windings*. In: Rev. Roum. Sci. Techn.- Electrotechn. et Energ., 1996, tom 41, no.3, p. 283-289
- [6] A. Moraru, A. Marinescu, *Electric/magnetic field duality in the problem with traslațional symmetry*, In: Rev. Roum.Sci. Techn - Electrotechn. et Energ., 1997, tom. 42, no. 4, p. 425-435
- [7] A. Moraru, A. Gheorghe, *A new approach to the voltage transient process in transformer windings*, In: Rev. Roum. Sci. Techn - Electrotechn. et Energ., 1998, tom. 43, no. 4, p. 451 - 463
- [8] A. Moraru, *Time-space model for transformers in fast transients*, In: Rev. Roum. Sci. Techn - Electrotechn. et Energ., 2000, tom. 45, no. 4, p. 531-546
- [9] A. Gheorghe, *Fenomene electromagnetice ondulatorii în înfășurările electrice (cu aplicații la transformatoarele electrice de putere)*, București: Universitatea “Politehnica”, 2000, Teză de doctorat
- [10] Gh. Gavrilă, J. Arhip, *Calculul parametrilor capacitivi care intervin în schema echivalentă a transformatoarelor cu înfășurări de tip continuu, supuse la tensiuni de impuls*, Sesiunea de comunicări științifice a Academiei Militare, București, 16-17 noiembrie 1982
- [11] Gh. Gavrilă, E. Rădoi, *Sur le calcul de la transmission capacitive des surtensions entre les enroulements des transformateurs de distribution*, In: Annales de l’Université de Craiova, 2000, no. 24, pp.11-16
- [12] Gh. Gavrilă, E. Rădoi, *Calcul matriciel de la transmission capacitive des surtensions entre les enroulements des transformateurs de distribution*, In: Rev. Roum. Sci. Techn - Electrotechn. et Energ., 2001, tom. 46, no. 4, pp. 453-468
- [13] Gh. Gavrilă, *Un model anizotrop al transformatorului electric*, În: Revista Academiei Tehnice Militare, 2003, nr. 3, pp. 59-70
- [14] Al. Timotin, *Probleme de câmp magnetic în corpuri de permeabilitate foarte mare*, În: Studii și cercetări energetice, 1962, vol. 12, nr. 4, pp. 553-566
- [15] Gh. Gavrilă, F. Totir, *Calculul inductivităților care intervin în schema echivalentă a unui transformator solicitat la supratensiuni atmosferice*, In: Revista Academiei Tehnice Militare, 2002, anul XII, nr. 3, pp. 87-95
- [16] Gh. Gavrilă, A. Țugulea, *Transmission des surtensions entre les enroulements de transformateurs*, In: Rev. Roum. Sci. Techn - Electrotechn. et Energ., tome 43, 1998, no.4, pp. 465-472
- [17] Gh. Gavrilă, F. Enache, *Relativ la calculul parametrilor care intervin în schema echivalentă a unui transformator solicitat la impuls atmosferic*, Proceedings of NAV-MAR-EDU 2005, Constanta, Romania, June 02-04, 2005, p. 211-220



**Gheorghe M. Gavrilă** s-a născut în comuna Ișalnița, județul Dolj la 26 septembrie 1946. A obținut titlul de Master, respectiv de Doctor în domeniul ingineriei electrice la Universitatea “Politehnica” din București în 1969, respectiv 1985. Din 1969 până în 1979 a lucrat la ICEMENERG București. Din 1972 până în 1976 a lucrat la Universitatea “Politehnica” din București ca asistent universitar asociat.

În prezent este profesor universitar la Academia Tehnică Militară din București.

Domeniile de interes includ teoria circuitelor electrice, teoria câmpului electromagnetic, modelare și simulare.

Este autor a 15 cărți în domeniul teoriei circuitelor electrice și a teoriei câmpului electromagnetic, 86 lucrări științifice, 35 contracte de cercetare și 6 brevete de invenție.

Este membru IEEE și AIEER (Asociația Inginerilor Electricieni și Electroniști din România).



**Florin H. Enache** s-a născut în București la 22 august 1967.

A obținut titlul de Master în domeniul ingineriei electrice la Universitatea “Politehnica” din București în 1991.

Din 1991 până în 1993 a lucrat la SC Metroul SA din București. Din 1993 până în 2000 a lucrat la ICEMENERG București. Din 2000 până în 2002 a lucrat la Universitatea “Politehnica” din București ca asistent universitar.

În prezent este lector universitar la Academia Tehnică Militară din București.

În 1999 a fost admis la doctorat în Academia Tehnică Militară din București, cu o teză în domeniul simulării circuitelor de radiofrecvență.

Domeniile de interes includ teoria circuitelor electrice, teoria câmpului electromagnetic, modelare și simulare.

Este autor a 3 cărți în domeniul teoriei circuitelor electrice și a teoriei câmpului electromagnetic, 27 lucrări științifice și 33 contracte de cercetare.

Este membru AIEER (Asociația Inginerilor Electricieni și Electroniști din România).