

ПАРАМЕТРЫ ТРЕХФАЗНЫХ ДВУХОБМОТОЧНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ

Солдатов В.А., д.т.н., заведующий кафедрой информационных технологий в электроэнергетике.
 Попов Н.М., к.т.н. декан факультета электрификации и автоматизации с.х.
 Костромская государственная сельскохозяйственная академия.

Введение

Для моделирования трансформаторов в фазных координатах необходимо найти связь между токами и напряжениями на входе и на выходе трансформатора. Эта связь может быть получена с помощью уравнений К-полюсника в форме «Н» или в форме «Y». Наиболее удобно получать эти уравнения в форме «Y», для этого необходимо найти матрицу узловых проводимостей. Тогда узловые уравнения запишутся [1,2] как:

$$J = YU \quad (1)$$

Если выделить блоки, относящиеся к началу (U_H, J_H) и к концу (U_K, J_K), то получим:

$$\begin{bmatrix} J_H \\ J_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\mathcal{E}11} & Y_{\mathcal{E}12} \\ Y_{\mathcal{E}21} & Y_{\mathcal{E}22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_H \\ U_K \end{bmatrix} \quad (2)$$

При известных $Y_{\mathcal{E}11}, Y_{\mathcal{E}12}, Y_{\mathcal{E}21}, Y_{\mathcal{E}22}$ можно получить уравнения в форме «Н»

$$\begin{bmatrix} U_H \\ U_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_H \\ J_K \end{bmatrix} \quad (3)$$

где $A = -Y_{\mathcal{E}21}^{-1} \cdot Y_{\mathcal{E}22}$; $B = -Y_{\mathcal{E}21}^{-1}$;
 $C = Y_{\mathcal{E}12} - Y_{\mathcal{E}11} \cdot Y_{\mathcal{E}21}^{-1} \cdot Y_{\mathcal{E}22}$; $D = -Y_{\mathcal{E}11} \cdot Y_{\mathcal{E}21}^{-1}$ (4)

Получить матрицу узловых проводимостей трансформатора «Y» можно несколькими методами. Рассмотрим два метода получения матрицы (Y) по паспортным данным трансформатора:

1) известный в [3,4] способ с использованием параметров 1-й, 2-й, 0-й последовательностей:
 $R_1, R_2, X_1, X_2, R_0, X_0, K_T, \theta_T$;

2) с использованием паспортных данных:
 $\Delta P_{K.3}, \Delta P_{XX}, u_k, i_{XX}, K_T, \theta_T$

1. Нахождение матрицы узловых проводимостей при использовании 1-го метода

Пусть по паспортным данным известны сопротивления 1-й, 2-й и 0-й последовательности трансформатора, а также коэффициенты трансформации

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_1; Z_2 = R_2 + jX_2; \\ Z_0 &= R_0 + jX_0; K_1 = |K_1| \cdot e^{j\theta_1}; \\ K_2 &= |K_2| \cdot e^{j\theta_2}; K_0 = |K_0| \cdot e^{j\theta_0}; \theta_1 = -\theta_2 \end{aligned}$$

$$|K_1| = |K_2| = |K_0| = |K_{T1}|; \theta_0 = 0 \quad (5)$$

Т.к. в паспортных данных не указываются проводимости, то в этом случае схемы замещения 1-й, 2-й и 0-й последовательности имеют вид, представленный на рис.1

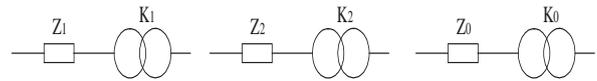


Рис. 1.Схемы замещения 1-ой, 2-ой и 0-ой последовательности трансформатора без поперечных проводимостей

Параметры матрицы узловых проводимостей для этих схем будут равны:

-для 1-й последовательности:

$$\begin{bmatrix} J_{H1} \\ J_{K1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} YS11_{1,1} & YS12_{1,1} \\ YS21_{1,1} & YS22_{1,1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{H1} \\ U_{K1} \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} YS11_{1,1} &= \frac{1}{Z_1}; \quad YS12_{1,1} = -\frac{1}{Z_1} K_1; \\ YS21_{1,1} &= -\frac{1}{Z_1} \widehat{K}_1; \quad YS22_{1,1} = -\frac{1}{Z_1} |K_1|^2; \\ K_1 &= |K_1| \cdot e^{j\theta_1}; \quad \widehat{K}_1 = |K_1| \cdot e^{-j\theta_1} \end{aligned} \quad (6)$$

-для 2-й последовательности:

$$\begin{bmatrix} J_{H2} \\ J_{K2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} YS11_{22} & YS12_{22} \\ YS21_{22} & YS22_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{H2} \\ U_{K2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Где } YS11_{2,2} = \frac{1}{Z_2}; \quad YS12_{2,2} = -\frac{1}{Z_2} K_2;$$

$$YS21_{2,2} = -\frac{1}{Z_2} \widehat{K}_2; \quad YS22_{2,2} = -\frac{1}{Z_2} |K_2|^2;$$

$$K_2 = |K_2| \cdot e^{j\theta_2}; \quad \widehat{K}_2 = |K_2| \cdot e^{-j\theta_2} \quad (7).$$

-для 0-й последовательности

$$\begin{bmatrix} J_{H0} \\ J_{K0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} YS11_{33} & YS12_{33} \\ YS21_{33} & YS22_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{H0} \\ U_{K0} \end{bmatrix}$$

$$\text{Где } YS11_{3,3} = \frac{1}{Z_0}; \quad YS12_{3,3} = -\frac{1}{Z_0} K_0;$$

$$YS21_{3,3} = -\frac{1}{Z_0} \widehat{K}_0; \quad YS22_{3,3} = -\frac{1}{Z_0} |K_0|^2;$$

$$K_0 = |K_0| \cdot e^{j\theta_0} = |K_0|; \\ \widehat{K}_0 = |K_0| \cdot e^{-j\theta_0} = |K_0| \quad (8)$$

По данным из уравнений (6), (7), (8) составим диагональные матрицы, связывающие напряжения и токи каждой последовательности:

$$\begin{aligned} YS11 &= \begin{bmatrix} YS11_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & YS11_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & YS11_{3,3} \end{bmatrix}; \\ YS12 &= \begin{bmatrix} YS12_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & YS12_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & YS12_{3,3} \end{bmatrix}; \\ YS21 &= \begin{bmatrix} YS21_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & YS21_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & YS21_{3,3} \end{bmatrix}; \\ YS22 &= \begin{bmatrix} YS22_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & YS22_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & YS22_{3,3} \end{bmatrix} \quad (9) \end{aligned}$$

Используя матрицу преобразования (S), получим блоки эквивалентной матрицы узловых проводимостей трансформатора в фазных координатах.

$$Y_{\Delta 11} = S \cdot YS11 \cdot S^{-1}; \quad Y_{\Delta 12} = S \cdot YS12 \cdot S^{-1};$$

$$Y_{\Delta 21} = S \cdot YS21 \cdot S^{-1}; \quad Y_{\Delta 22} = S \cdot YS22 \cdot S^{-1} \quad (10)$$

$$\text{где } S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

По этим матрицам можно найти матрицу эквивалентных проводимостей (Y_{Δ}) и матрицу передачи (H_{Δ}) в фазных координатах:

$$Y_{\Delta} = \begin{bmatrix} Y11_{\Delta} & Y12_{\Delta} \\ Y21_{\Delta} & Y22_{\Delta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$H_{\Delta} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{Где } A = -Y21_{\Delta}^{-1} Y22_{\Delta}; \quad B = -Y21_{\Delta}^{-1};$$

$$C = Y12_{\Delta} - Y11_{\Delta} Y21_{\Delta}^{-1} Y22_{\Delta};$$

$$D = -Y11_{\Delta} Y21_{\Delta}^{-1} \quad (13)$$

Таким образом, известный алгоритм, представленный уравнениями (5-13), позволяет получить матрицу узловых проводимостей и матрицу передачи трансформатора в фазных координатах по известным параметрам в координатах 3-х симметричных составляющих. Причем эти матрицы могут быть получены только для трехфазного входа и трехфазного выхода. Получить напряжения и токи в промежуточных узлах трансформатора этим методом невозможно.

2. Нахождение матрицы узловых проводимостей при использовании 2-го метода.

Чтобы получить матрицу проводимостей трансформатора относительно всех его узлов, а не только относительно узлов входа и выхода, можно использовать узловые уравнения, записанные с помощью матрицы инцидентий (M) и матрицы сопротивлений ветвей (ZV) [1,2,3]. Тогда получим:

$$J = Y \cdot U; \quad Y = M \cdot ZV \cdot M^t \quad (14)$$

Для составления (M) и (ZV) необходимо проделать предварительную работу. Пронумеровать узлы и ветви трансформатора, причем направление ветвей (токов в ветвях) выбрать строго от начала к концу индуктивной обмотки. Тогда все сопротивления в матрице (ZV) будут положительными. Нумеровать узлы нужно тоже по правилам: сначала нумеруются узлы входа, затем узлы выхода и только потом все промежуточные узлы [3].

Тогда матрицу (Y) из (14) можно разбить на блоки относительно входных - выходных (y) и промежуточных узлов (0):

$$\begin{aligned}
Y_{C11} &= \frac{Z_{C2}}{\Delta}; & Y_{C12} &= -\frac{Zb_{12}}{\Delta}; & Y_{C21} &= -\frac{Zb_{12}}{\Delta}; \\
Y_{C22} &= \frac{Z_{C1}}{\Delta}; & \Delta &= Z_{C1}Z_{C2} - Zb_{12}^2; \\
Zb_{12} &= K_C \sqrt{Z_{C1}Z_{C2}}, & & & & (24)
\end{aligned}$$

где K_C - коэффициент связи между обмотками.

С другой стороны каждую фазу трансформатора можно представить П-образной схемой замещения, представленной на рис. 3.

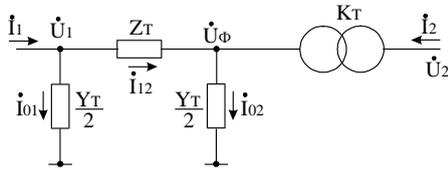


Рис.3 П-образная схема замещения одной фазы трансформатора

Для токов и напряжений схемы на рис. 3 справедливы соотношения:

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_{12} + I_{01}; & I_{12} &= I_\phi + I_{02}; & U_1 - U_\phi &= Z_T I_{12}; \\
I_{01} &= U_1 \frac{Y_T}{2}; & I_{02} &= U_\phi \frac{Y_T}{2}; & U_\phi &= K_T U_2; \\
I_\phi &= \frac{1}{\widehat{K}_T} I_2 & & & & (25)
\end{aligned}$$

где K_T - коэффициент трансформации;

\widehat{K}_T - сопряженный коэффициент трансформации.

Решая (25) относительно токов I_1, I_2 получим узловые уравнения

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{T11} & Y_{T12} \\ Y_{T21} & Y_{T22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned}
Y_{T11} &= \frac{1}{Z_T} + \frac{Y_T}{2}; & Y_{T12} &= -\frac{K_T}{Z_T}; & Y_{T21} &= -\frac{\widehat{K}_T}{Z_T}; \\
Y_{T22} &= |K_T|^2 \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{Y_T}{2} \right) & & & & (27)
\end{aligned}$$

В данном случае K_T - не комплексный, т.е.

$K_T = |K_T|$ и $\widehat{K}_T = |K_T|$, так как уравнения составлены для одной фазы.

Для того, чтобы входные и выходные токи и напряжения совпадали для схем на рис.2. и рис.3, необходимо равенство проводимостей из (24) и (27):

$$\begin{aligned}
\frac{Z_{C2}}{\Delta} &= \frac{1}{Z_T} + \frac{Y_T}{2}; & -\frac{Zb_{12}}{\Delta} &= -\frac{|K_T|}{Z_T}; \\
\frac{Z_{C1}}{\Delta} &= |K_T|^2 \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{Y_T}{2} \right); & \Delta &= Z_{C1}Z_{C2} - Zb_{12}^2; \\
Zb_{12} &= K_C \sqrt{Z_{C1}Z_{C2}}. & & & & (28)
\end{aligned}$$

Решая (28) относительно неизвестных $Z_{C1}, Z_{C2}, Zb_{12}, K_C$, получим:

$$\begin{aligned}
K_C &= \frac{1}{1 + \frac{Z_T Y_T}{2}}; & Z_{C1} &= \frac{1}{(1 - K_C^2) \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{Y_T}{2} \right)}; \\
Z_{C2} &= \frac{1}{(1 - K_C^2) \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{Y_T}{2} \right) |K_T|^2};
\end{aligned}$$

$$Zb_{12} = K_C \sqrt{Z_{C1}Z_{C2}}. \quad (29)$$

По полученным выражениям (29) можно составить матрицу собственных и взаимных сопротивлений ветвей трансформатора (ZV) и получить узловые уравнения и матрицу передачи трансформатора в соответствии с уравнениями (14) - (19) при известных $\Delta P_{К.З}, \Delta P_{ХХ}, u_k, i_{ХХ}$. Эти уравнения описывают трансформатор в фазных координатах.

Надо отметить, что по полученной матрице ($Y\varepsilon$) в фазных координатах можно получить проводимости в координатах трех симметричных составляющих. Чтобы рассчитать параметры трансформатора в координатах трех симметричных составляющих необходимо воспользоваться прямой (S) и обратной (S^{-1}) матрицей преобразования. Тогда диагональные матрицы проводимостей в координатах 3-х симметричных составляющих получим из выражений:

$$\begin{aligned}
Y_{S1} &= S^{-1} \cdot Y_{\varepsilon 11} \cdot S = \begin{bmatrix} Y_{S1} 1_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{S1} 1_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{S1} 1_{3,3} \end{bmatrix}; \\
Y_{S2} &= S^{-1} \cdot Y_{\varepsilon 12} \cdot S = \begin{bmatrix} Y_{S2} 1_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{S2} 2_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{S2} 2_{3,3} \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

$$Y_{S21} = S^{-1} \cdot Y_{\Sigma 21} \cdot S = \begin{bmatrix} Y_{S21_{1,1}} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{S21_{2,2}} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{S21_{3,3}} \end{bmatrix};$$

$$Y_{S22} = S^{-1} \cdot Y_{\Sigma 22} \cdot S = \begin{bmatrix} Y_{S22_{1,1}} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{S22_{2,2}} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{S22_{3,3}} \end{bmatrix}$$

(30)

3. Пример расчета

Для подтверждения сделанных выкладок была рассчитана матрица узловых проводимостей трансформатора 35/10 кВ со схемой соединения обмоток «звезда – треугольник» двумя описанными методами.

Паспортные данные этого трансформатора следующие:

1) Для первого метода

$R_1 = R_2 = 2,565 \text{ Ом}; X_1 = X_2 = 19,74 \text{ Ома};$

$R_0 = X_0 = \infty$ или приблизительно равно 10^{10} .

$K_1 = K_T e^{j\theta}, K_2 = K_T e^{-j\theta}, K_0 = K_T,$

$$K_T = \frac{35}{10 \cdot \sqrt{3}}, \theta = 30^\circ$$

2) Для второго метода

$\Delta P_{K,3} = 33,5 \text{ кВт}; \Delta P_{XX} = 5,7 \text{ кВт}; u_k = 6,5 \%;$

$$i_{XX} = 1 \%; K_T = \frac{35}{10 \cdot \sqrt{3}}, \theta = 30^\circ$$

$Z_T = 2,565 + j19,74; Y_T = 4,653 \cdot 10^{-6} - j32,32 \cdot 10^{-6}.$

Расчеты показали практически полное совпадение матриц узловых проводимостей из (10) и из (18). При этом :

$$Y_{\Sigma 11} = Y_{\Sigma 11} = \begin{vmatrix} a1 & b1 & b1 \\ b1 & a1 & b1 \\ b1 & b1 & a1 \end{vmatrix}$$

$$Y_{\Sigma 12} = Y_{\Sigma 12} = \begin{vmatrix} a12 & 0 & b12 \\ b12 & a12 & 0 \\ 0 & b12 & a12 \end{vmatrix}$$

$$Y_{\Sigma 21} = Y_{\Sigma 21} = \begin{vmatrix} a21 & b21 & 0 \\ 0 & a21 & b21 \\ b21 & 0 & a21 \end{vmatrix}$$

$$Y_{\Sigma 22} = Y_{\Sigma 22} = \begin{vmatrix} a2 & b2 & b2 \\ b2 & a2 & b2 \\ b2 & b2 & a2 \end{vmatrix}$$

$$a1 = 4,317 \cdot 10^{-3} - j0,033; b1 = -2,158 \cdot 10^{-3} + j0,017$$

$$a12 = -0,013 + j0,101; b12 = 0,013 - j0,101$$

$$a21 = -0,013 + j0,101; b21 = 0,013 - j0,101$$

$$a2 = 0,053 - j0,407; b2 = -0,026 + j0,203$$

Представленная методика была использована в разработанной авторами программе для ЭВМ, которая позволяет рассчитывать любые сложные виды несимметричных режимов в фазных координатах. В данной программе использованы модели: линий электропередач, трансформаторов, фильтров напряжения нулевой и обратной последовательности, нагрузок, продольно – поперечных симметрирующих устройств, самих видов несимметрии в фазных координатах для сети, имеющей произвольное число фаз. Особенно это актуально для распределительных сетей 10 – 0,4 кВ, которые могут работать в 2-х, 3-х, 4-х, 6-ти и 7-ми фазных режимах. По данной программе рассчитаны сложные виды несимметрии (одновременные к.з. на разных участках и одновременные к.з. и обрывы), встречающиеся в распределительных сетях.

Заключение.

Получены матричные соотношения для параметров трехфазных двухобмоточных трансформаторов в фазных координатах, использующие паспортные данные трансформатора.

Литература.

1. Мельников Н.А. Матричный метод анализа электрических цепей. -М.: Энергия, 1972.- 213 с.
2. Лосев С.Б., Чернин А.Б. Вычисление электрических величин в несимметричных режимах электрических систем. -М.: Энергоиздат, 1983.- 526 с.
3. Киорсак М.В., Солдатов В.А., Зайцев Д.А. и др. Гибкие линии электропередачи с продольно – емкостной компенсацией и фазопоротным трансформатором. – Кишинев, 1997, 211с.
4. Берман А.П. Расчет несимметричных режимов электрических систем с использованием фазных координат.-Электричество, 1985, №12.
5. Солдатов В.А., Попов Н.М. Моделирование элементов распределительных электрических сетей в фазных координатах//Электротехнологии и электрооборудование в сельскохозяйственном производстве. Сборник научных трудов. Выпуск 4. Том 2.-Зерноград: АЧГАА, 2004.- С.76-72
6. Солдатов В.А., Попов Н.М. Моделирование в фазных координатах трансформаторов со схемой соединения обмоток «звезда – звезда с нулем».- Научные труды Ижевской ГСХА, 2003.Т2, С.42-48.

Сведения об авторах.

Солдатов В.А. - закончил в 1976 году Кишиневский политехнический институт по специальности Электрические системы и сети. С 1976 года работал в институте энергетики Академии наук Молдовы. Прошел путь от младшего научного сотрудника до главного научного сотрудника. В 1987 году защитил кандидатскую диссертацию в специализированном совете при Ленинградском политехническом институте. В 1993 году защитил докторскую диссертацию в специализированном совете при Институте электродинамики (г. Киев). С 1999 года работает заведующим кафедрой информационных технологий Костромской государственной с/х академии. Читает 7 дисциплин по специальности. Круг интересов связан с разработкой и исследованием применения управляющих устройств, расчетом сложных несимметричных режимов, расчетом потерь мощности и энергии в электрических сетях, а также с расчетом электрических полей линий в нормальных и аварийных режимах. Имеет более 100 опубликованных научных работ.

Попов Н.М. - закончил в 1962 году Уральский политехнический институт им. С.М. Кирова по специальности Электрические станции, сети и системы. До 1969 года работал начальником электролаборатории на ТЭЦ Уралвагонзавода и начальником Трихатской подстанции на Украине. До 1985 года работал старшим преподавателем, доцентом и заведующим кафедрой в Азово-Черноморском институте механики с.х. В 1977 году защитил кандидатскую диссертацию при Уральском политехническом институте. С 1985 года работает заведующим кафедрой, а с 1992 года деканом факультета электрификации и автоматизации с.х. Костромской с.х. академии. Читает 3 дисциплины по специальности. Круг интересов связан с разработкой и исследованием релейных защит распределительных электрических сетей. Имеет более 60 опубликованных научных работ.