МИНИМИЗАЦИЯ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В НЕОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Карасев Д.Д., Солопов Р.В.
Смоленский филиал Московского энергетического института

В докладе излагается методика оптимизации режима неоднородной электроэнергетической сети, в которой одновременно действует как узловое, так и контурное возбуждение.

Ключевые слова: *оптимизация, неоднородные сети, потери мощности, токораспределеие.*

Схема замещения. Для корректной формулировки задачи минимизации потери активной мощности в сложно замкнутой электроэнергетической системе принята схема замещения в виде ортогональной сети [1] из многополюсников (рис. 1), полученная следующим образом.

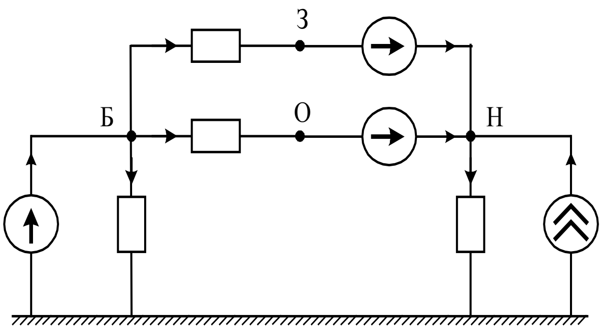


Рис. 1.

Существенными элементами схемы замещения являются источники, изображенные кружками, и потребители, обозначенные прямоугольниками. В результате объединения многополюсников в единую сеть образуются четыре типа характерных узлов:

- Балансирующий, к которому подключен источник узлового напряжения;
- Нагрузочные, к которым подключены узловые источники тока;
- узлы, к которым подключены источники с Заданными контурными напряжениями. В частном случае эти напряжения могут равняться нулю;
- узлы, к которым подключены источники с Оптимизируемыми контурными напряжениями. Именно в этих контурах возможна установка вольтодобавочных трансформаторов, создающих необходимые добавочные контурные напряжения.

Формулировка задачи. На содержательном уровне задача минимизации потерь активной мощности в рассматриваемой сети формулируется следующим образом:

найти такие значения токов и напряжений на пассивных многополюсниках сети, которые бы обеспечивали минимум потерь активной мощности в этих многополюсниках и удовлетворяли четырем законам электрической сети (Джоуля-Ленца, Ома, Кирхгофа для токов и напряжений).

Математическая формулировка этой задачи интерпретируется следующим образом.

Заданы:

$\mathbf{Z}_{ПП} = \mathbf{R}_{ПП} + j \cdot \mathbf{X}_{ПП}$ - матрицы пассивных многополюсников, включенных в сеть;

$\mathbf{K}_{ИП}, \mathbf{K}_{ПИ}, \mathbf{C}_{ПИ}, \mathbf{C}_{ИП}$ - топологические матрицы, учитывающие схему соединения источников и потребителя в единую сеть с ортогональным возбуждением;

$\mathbf{U}_{Б}$ - напряжение балансирующего узла;

$\mathbf{I}_{Н}$ - задающие токи узлов нагрузок;

$\mathbf{U}_{З}$ - контурные напряжения для тех контуров, в которых заданы контурные напряжения;

$\mathbf{U}_{О}$ - контурное напряжение для тех контуров, в которых напряжение оптимизируется.

Требуется минимизировать потери активной мощности в пассивных многополюсниках сети, определяемых по закону Джоуля-Ленца

$$\Delta P = \mathrm{Re}\left(U_{П} \cdot \overset{*}{I}_{П} \right) = \mathbf{U}'_{П} \cdot \mathbf{I}'_{П} + \mathbf{U}''_{П} \cdot \mathbf{I}''_{П},$$

при соблюдении следующих ограничений, накладываемых на оптимизируемые параметры $\mathbf{I}'_{ПП}, \mathbf{I}''_{ПП}, \mathbf{U}'_{ПП}, \mathbf{U}''_{ПП}$:

- законом Ома

$$\mathbf{R}_{ПП}\mathbf{I}'_{П} - \mathbf{X}_{ПП}\mathbf{I}''_{П} = \mathbf{U}'_{П},$$
$$\mathbf{R}_{ПП}\mathbf{I}''_{П} + \mathbf{X}_{ПП}\mathbf{I}'_{П} = \mathbf{U}''_{П};$$

- законом Кирхгофа для токов

$$\mathbf{C}_{ЗП}\mathbf{I}'_{П} = \mathbf{I}'_{З}, \qquad \mathbf{C}_{ЗП}\mathbf{I}''_{П} = \mathbf{I}''_{З},$$
$$\mathbf{C}_{ОП}\mathbf{I}'_{П} = \mathbf{I}'_{О}, \qquad \mathbf{C}_{ОП}\mathbf{I}''_{П} = \mathbf{I}''_{О};$$

- законом Кирхгофа для напряжений

$$\mathbf{K}_{БП}\mathbf{U}'_{П} = \mathbf{U}'_{Б}, \quad \mathbf{K}_{БП}\mathbf{U}''_{П} = \mathbf{U}''_{Б},$$
$$\mathbf{K}_{ЗП}\mathbf{U}'_{П} = \mathbf{U}'_{З}, \quad \mathbf{K}_{ЗП}\mathbf{U}''_{П} = \mathbf{U}''_{З},$$
$$\mathbf{K}_{ОП}\mathbf{U}'_{П} = \mathbf{U}'_{О}, \quad \mathbf{K}_{ОП}\mathbf{U}''_{П} = \mathbf{U}''_{О}.$$

Сформулированная задача решается методом Лагранжа. Функция Лагранжа записывается в виде

$$\begin{aligned}
\mathbf{L} &= \mathbf{U}'_{П}\mathbf{I}'_{П} + \mathbf{U}''_{П}\mathbf{I}''_{П} + \\
&+ \boldsymbol{\lambda}'_{П} \cdot \left(\mathbf{R}_{ПП}\mathbf{I}'_{П} - \mathbf{X}_{ПП}\mathbf{I}''_{П} - \mathbf{U}'_{П}\right) + \\
&+ \boldsymbol{\lambda}''_{П} \cdot \left(\mathbf{R}_{ПП}\mathbf{I}''_{П} + \mathbf{X}_{ПП}\mathbf{I}'_{П} - \mathbf{U}''_{П}\right) + \\
&+ \boldsymbol{\lambda}'_{Б} \cdot \left(\mathbf{K}_{БП}\mathbf{U}'_{П} - \mathbf{U}'_{Б}\right) + \boldsymbol{\lambda}''_{Б} \cdot \left(\mathbf{K}_{БП}\mathbf{U}''_{П} - \mathbf{U}''\right) + \\
&+ \boldsymbol{\lambda}'_{З} \cdot \left(\mathbf{K}_{ЗП}\mathbf{U}'_{П} - \mathbf{U}'_{З}\right) + \boldsymbol{\lambda}''_{З} \cdot \left(\mathbf{K}_{ЗП}\mathbf{U}''_{П} - \mathbf{U}''_{З}\right) + \\
&+ \boldsymbol{\lambda}'_{О} \cdot \left(\mathbf{K}_{ОП}\mathbf{U}'_{П} - \mathbf{U}'_{О}\right) + \boldsymbol{\lambda}''_{О} \cdot \left(\mathbf{K}_{ОП}\mathbf{U}''_{П} - \mathbf{U}''_{О}\right).
\end{aligned} \tag{1}$$

Естественное токораспределение. Если в системе не намечается принудительное токораспределение за счет установки ВДТ, то в качестве заданных режимных параметров следует рассматривать векторы $\mathbf{U}_{Б}, \mathbf{I}_{Н}, \mathbf{U}_{К}$ а в качестве оптимизируемых параметров векторы $\mathbf{U}_{П}, \mathbf{I}_{П}, \boldsymbol{\lambda}_{П}, \boldsymbol{\lambda}_{Б}, \boldsymbol{\lambda}_{Н}, \boldsymbol{\lambda}_{К}$.

Из необходимых условий экстремума функции Лагранжа

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{I}'_{П}} + j \cdot \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{I}''_{П}} = 0, \qquad \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{U}'_{П}} + j \cdot \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{U}''_{П}} = 0,$$
$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}'_{i}} + j \cdot \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}''_{i}} = 0, \qquad i = П, Б, Н, К \tag{2}$$

получаются две системы уравнений:

- одна обусловлена оптимизацией токов и напряжений потребителей

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}_{П} &= \overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПП}\,\boldsymbol{\lambda}_{П} + \mathbf{R}_{ПН}\boldsymbol{\lambda}_{Н}, \\
\mathbf{I}_{П} &= -\boldsymbol{\lambda}_{П} + \mathbf{C}_{ПБ}\boldsymbol{\lambda}_{Б} + \mathbf{C}_{ПК}\boldsymbol{\lambda}_{К},
\end{aligned} \tag{3}$$

- вторая обусловлена учетом ограничений, накладываемых законами Ома и Кирхгофа на оптимизируемые параметры

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_{ПП}\mathbf{I}_{П} &= \mathbf{U}_{П}, \mathbf{K}_{БП}\mathbf{U}_{П} = \mathbf{U}_{Б}, \\
\mathbf{C}_{НП}\mathbf{I}_{П} &= \mathbf{I}_{Н}, \quad \mathbf{K}_{КП}\mathbf{U}_{П} = \mathbf{U}_{К}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Система уравнений (3), после исключения множителя $\boldsymbol{\lambda}_{П}$ и учета первого уравнения (4) запишется в виде

$$\mathbf{I}_{П} = \frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}_{ПП}\,\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПИ}\,\boldsymbol{\lambda}_{И}, \tag{3'}$$

где:

$$\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПИ} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПП}\,\mathbf{C}_{ПБ} & \mathbf{K}_{ПН} & \overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПП}\,\mathbf{C}_{ПК} \\ \hline \end{array}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{И} = \begin{array}{|c|} \hline \boldsymbol{\lambda}_{Б} \\ \hline \boldsymbol{\lambda}_{Н} \\ \hline \boldsymbol{\lambda}_{К} \\ \hline \end{array}$$

Систему уравнений (4) так же запишем с использованием блочных матриц

$$\mathbf{Z}_{ИП}\mathbf{I}_{П} = \mathbf{П}_{И}, \tag{4'}$$

где:

$$\mathbf{Z}_{ИП} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{K}_{БП}\mathbf{Z}_{ПП} \\ \hline \mathbf{C}_{НП} \\ \hline \mathbf{K}_{КП}\mathbf{Z}_{ПП} \\ \hline \end{array}, \qquad \mathbf{П}_{И} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{U}_{Б} \\ \hline \mathbf{I}_{Н} \\ \hline \mathbf{U}_{К} \\ \hline \end{array}$$

Если матрица $\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПИ}$ невырожденная, то подстановка (3') в (4') позволяет определить неизвестные множители Лагранжа

$$\boldsymbol{\lambda}_{И} = -2 \cdot \left(\mathbf{Z}_{ИП}\mathbf{R}^{-1}_{ПП}\,\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПИ}\right)^{-1}\mathbf{П}_{И},$$

а учет уравнений (5) – определить значения токов потребителей

$$\mathbf{I}_{П} = \mathbf{R}^{-1}_{ПП}\,\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПИ}\left(\mathbf{Z}_{ИП}\mathbf{R}^{-1}_{ПП}\,\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПИ}\right)^{-1}\mathbf{П}_{И} = \mathbf{Z}^{-1}_{ИП}\mathbf{П}_{И}, \tag{6}$$

Уравнения (6), полученные в результате минимизации потерь активной мощности, определяют токораспределение, которое совпадает с так называемым естественным токораспределением (4), для получения которого процедура оптимизации не требуется.

Экономическое токораспределение. Если в некоторых контурах намечается установка продольно-поперечных ВДТ, которые создадут дополнительно вводимое в контуры напряжения $\mathbf{U}_{О}$, позволяющие принудительно изменить естественное потокораспределение в сети с целью снижения потерь активной мощности, то к необходимым условиям (2) экстремума функции Лагранжа, добавятся условия

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{U}'_{О}} + j \cdot \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{U}''_{О}} = 0,$$

согласно которым из (3) получим $\boldsymbol{\lambda}_{О} = 0$.

В результате система уравнения (3) запишется в виде

$$\mathbf{I}_{П} = -\frac{1}{2}\mathbf{R}_{ПП}^{-1}\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ}\,\boldsymbol{\mu}_{З}\,, \qquad (3'')$$

где:

$$\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПП}\,\mathbf{C}_{ПБ} & \mathbf{K}_{ПН} & \overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПП}\,\mathbf{C}_{ПЗ} \\ \hline \end{array}$$

$$\boldsymbol{\mu}_{З} = \begin{array}{|c|}\hline \boldsymbol{\lambda}_{Б} \\ \hline \boldsymbol{\lambda}_{П} \\ \hline \boldsymbol{\lambda}_{З} \\ \hline \end{array}$$

а система уравнения (4) в виде

$$\mathbf{Z}_{ЗП}\mathbf{I}_{П} = \mathbf{П}_{З}\,, \qquad (4'')$$

где:

$$\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ЗП} = \begin{array}{|c|}\hline \mathbf{K}_{БП}\mathbf{Z}_{ПП} \\ \hline \mathbf{C}_{НП} \\ \hline \mathbf{K}_{ЗП}\mathbf{Z}_{ПП} \\ \hline \end{array}\,, \quad \mathbf{П}_{З} = \begin{array}{|c|}\hline \mathbf{U}_{Б} \\ \hline \mathbf{I}_{Н} \\ \hline \mathbf{U}_{З} \\ \hline \end{array}\,.$$

Подстановка (3") в (4") позволит определить неизвестные множители Лагранжа

$$\boldsymbol{\mu}_{З} = -2\cdot\left(\mathbf{Z}_{ЗП}\mathbf{R}_{ПП}^{-1}\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ}\right)^{-1}\mathbf{П}_{З}\,,$$

а с учетом (3") и токи пассивных многополюсников

$$\mathbf{I}_{П} = \mathbf{R}_{ПП}^{-1}\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ}\left(\mathbf{Z}_{ЗП}\mathbf{R}_{ПП}^{-1}\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ}\right)^{-1}\mathbf{П}_{З}\,.$$

Полученная формула определяет экономическое токораспределение. По своей структуре она аналогична формуле (6) до ее упрощения. Однако в формуле (6) матрицы $\mathbf{Z}_{ИП}$ и $\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПИ}$ являются неособенными, а в формуле (6') соответствующие матрицы $\mathbf{Z}_{ЗП}$ и $\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ}$ будут прямоугольными, поэтому упростить формулу (6') оказывается невозможным. Следовательно экономическое токораспределение, определяемое уравнением (6') в принципе отличается от естественного, определяемого уравнением (6).

Однородные сети. Сети считаются однородными если отношения активных сопротивлений к реактивным для всех продольных ветвей схемы замещения сети из двухполюсников равно одному и тому же значению.

$$\frac{R_i}{X_i} = const, i = 1 \div k\,.$$

Для однородных сетей матрица

$$\mathbf{Z}_{ЗЗ} = \mathbf{Z}_{ЗП}\mathbf{R}_{ПП}^{-1}\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ} = \mathbf{R}_{ЗЗ}$$

будет вещественной. Однако из (6') следует, что в этом случае токи потребителей будут зависеть не только от активных, но и от реактивных сопротивлений, так как

$$\overset{*}{\mathbf{Z}}_{ПЗ} = \mathbf{R}_{\mathbf{ПЗ}} - j\cdot\mathbf{X}_{\mathbf{ПЗ}} \neq \mathbf{R}_{\mathbf{ПЗ}}$$

Таким образом, не только в неоднородных, но и в однородных сетях с ортогональным возбуждением экономически целесообразное токораспределение не совпадает с естественным. Поэтому использование R-схемы замещения сети для определения экономического токораспределения в общем случае оказывается ошибочным. Если учесть, что все реальные электроэнергетические сети в действительности следует рассматривать как сети с ортогональным возбуждением, то в приводимые в [2] рекомендации для оценки экономичности сети по ее R-схеме следует считать не корректным.

Пример. Изложенная методика минимизации потерь активной мощности апробирована на примере сети 330/110 кВ (Рис. 2), рассмотренном в [2].

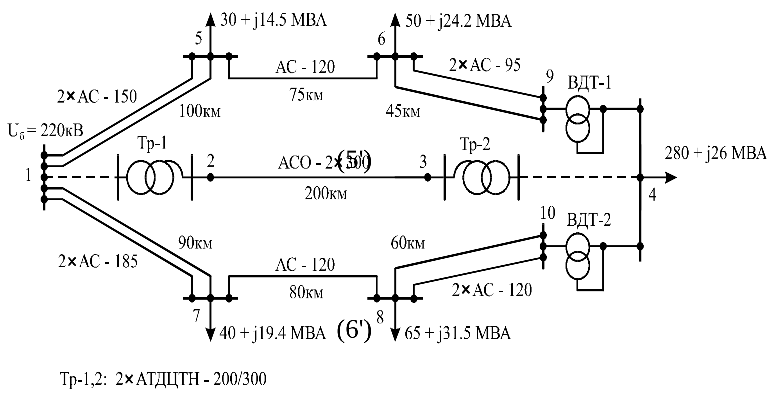


Рис. 2.

Расчеты выполнялись на ЭВМ с использованием системы MathCad 2000 Pro по специально разработанной программе.

Выводы. Изложенные аналитические выкладки, подтвержденные расчетом конкретного примера, показывают, что для сети с ортогональным возбуждением:

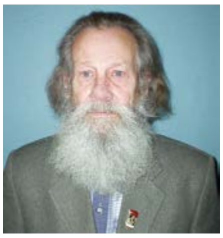
1. Соблюдение законов Ома, Кирхгофа и Джоуля-Ленца приводит к "естественному" потокораспределению, автоматически обеспечивающему минимум потерь как активной, так и реактивной мощностей.

2. Принудительное потокораспределение за счет дополнительной установки сетевых устройств типа ВДТ может привести к "экономическому" потокораспределению, при котором потери активной мощности будут меньше чем при "естественном" потокораспределении.
3. Распространенное среди специалистов по расчету режимов электроэнергетических сетей мнение, что в однородных сетях "экономическое " потокораспределение совпадает с естественным, в общем случае оказывается некорректным.
4. Расчет режима сети по R-схеме позволяет достаточно точно оценить потоки активных мощностей, обеспечивающих минимальные потери активной мощности в сети. Однако, определенное по этой схеме распределение потоков реактивных мощностей будет существенно отличаться от потокораспределения, которое может быть достигнуто за счет экономически обоснованного введения в контуры дополнительных ЭДС.

Литература

[1] Карасев Д. Д., Солопов Р. В. Минимизация потерь мощности в электрических сетях с высокой степенью неоднородности. – Электричество, 2002. № 10, с. 25-30.

[2] Холмский В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрической сети. – М.: Высш. шк., 1975, 280 с.



Карасёв Дмитрий Дмитриевич в 1952 г. окончил факультет электрификации Московского института механизации и электрификации сельского хозяйства. В 1967г. в МЭИ защитил кандидатскую диссертацию “Исследование возможности применения методов теории подобия к оптимизации технико-экономических задач электроэнергетики”. Докторскую диссертацию ”Закономерности формирования матричных моделей для анализа сетей сверхвысокого напряжения” защитил в МЭИ в 1990 г. Профессор кафедры электоэнергетических систем предприятий филиала МЭИ в г. Смоленске.

Солопов Роман Вячеславович в 2000 г. окончил Смоленский филиал МЭИ, старший преподаватель кафедры электроэнергетических систем предприятий филиала МЭИ в г. Смоленске.