



PROCEDURA DE ÎNTOCMIRE A MODELULUI MATEMATIC A GENERATORULUI ASINCRON CU EXCITAȚIE CAPACITIVĂ ANTRENAT DE AEROMOTOR

Berzan Vladimir

Institutul de Energetică al AȘM
Str. Academiei, 5, MD 2028, Chișinău
Republica Moldova
Tel. (37322) 73.53.84, e-mail: berzan@cc.acad.md

Аннотация. Представлена математическая модель асинхронного генератора с двумя обмотками на статоре в дифференциальном виде и в конечных разностях. Применение уравнений телеграфистов для длинной линии позволяет использовать для численного расчета метод характеристик. Такой подход позволяет моделировать режимы в схемах с переменной структурой, а также при изменении скорости ветра во времени.

Abstract. The mathematical model of the asynchronous generator with two windings on stators in a differential kind and in final differences is submitted. Application of the cable equations for a long line allows to use a method of characteristics for numerical calculation. Such approach allows to model modes in circuits with variable structure, and also at change of speed of a wind in time.

Rezumat. Se prezintă modelul matematic al generatorului asincron cu două înfășurări pe stator prin ecuații diferențiale și prin analogul lor în diferențe finite. Utilizarea ecuațiilor telegrafiștilor pentru linia lungă permite folosirea metodei numerice de calcul bazată pe caracteristici invariante (caracteristicile Rimmann). Această permite simularea regimurilor în schemele cu structura variabilă, precum și în cazul varierii vitezei vântului în timp.

1. Introducere

Convertoarele electromecanice sunt un element important al instalațiilor de transformare a energiei în formele dorite pentru consumator-energia mecanică în electrică și invers. În schemele clasice de utilizare aceste echipamente funcționează în regimuri programate și dirijate. Necesitatea utilizării resurselor regenerabile de energie, ca energia vântului sunt însoțite de apariția a unor particularități privind funcționarea acestor convertoare. Cea mai evidentă particularitate o prezintă pulsațiile momentului de torsiune aplicat la arborele rotativ al convertorului electromecanic din partea aeromotorului, ca urmare a vitezei variabile a vântului. Deoarece devierile vitezei vântului sunt permanente, echipamentul de conversie a energiei cinetice în energie electrică funcționează de fapt permanent în regimuri tranzitorii. Funcționarea în permanență în aceste regimuri necesită o dirijare automată cu regimul de funcționare pentru a asigura calitatea energiei produse. Asupra calității energiei și a regimului de funcționare a instalațiilor eoliene influențează și regimul de consum.

Chiar numai ce am enumerat, indică nivelul ridicat de complexitate a funcționării acestor instalații în condiții reale de exploatare și necesitatea de optimizare cu scopul majorării eficienței sustragerii energiei din fluxurile de vânt de către aceste instalații. Selectarea soluțiilor optime privind funcționarea acestor echipamente se prezintă ca o problemă actuală pentru energetica contemporană, mai ales din punct de vedere economic. În ultimele decenii în acest domeniu s-a acumulat o bogată experiență, dar și astăzi se propun noi și noi soluții. Un concept foarte sănătos pentru obținerea cu cheltuieli minimale a rezultatelor dorite îl prezintă utilizarea modelelor matematice pentru simularea proceselor dorite în instalațiile tehnice. Credibilitatea și valoarea acestor simulări în mare măsură este determinată de gradul de identitate al modelului matematic cu obiectul fizic examinat.

Se poate menționa, că modelării matematice a mașinilor electrice permanent s-a acordat o mare atenție. La diferite faze de dezvoltare ale acestor cercetări s-au propus modele, metode și proceduri originale de analiză a proceselor staționare și dinamice (tranzitorii) rezonabile la posibilitățile existente de realizare ale acestor modele [1-5]. Majoritatea metodelor se bazează pe mașina generalizată ideală [1-4] prezentată prin schema echivalentă a mașinii electrice cu câte două înfășurări pe stator și două înfășurări pe rotor. Simplitatea modelului are și neajunsurile sale privind analiza regimurilor nesimentrice. În [5] este prezentat modelul matematic al generatorului asincron în sistemul fazor de coordonate, variabile căruia sunt fluxurile totale de magnetizare a mașinii. Acest model este mult mai apropiat de realizarea constructivă a mașinii și în fond asigură mai multe posibilități privind analiza funcționării mașinii în diferite condiții. Se poate menționa o asemenea particularitate, că la examinarea problemelor de analiză a regimurilor autorii sunt nevoiți să treacă la calculul mărimilor electrice - a curentului și a tensiunilor, modificând forma generalizată a ecuațiilor diferențiale, care au ca variabilă independentă fluxul total de magnetizare[2].

Necesitatea reglării regimului de funcționare conduce la apariția unor noi particularități în schemele reale ale echipamentului. Ca particularități esențiale se pot menționa schimbarea valorilor parametrilor mașinii și

circuitului integral al instalației chiar pe timpul unei perioade a tensiunii generatorului. Un fenomen, care astăzi se întâlnește destul de des îl constituie modificarea permanentă ciclică și ne ciclică a structurii circuitului electric pe parcursul chiar a unei perioade a tensiunii. Aceste realități crează multe dificultăți la analiza regimurilor de funcționare a mașinilor electrice în regimuri dinamice. Din aceste considerente se prezintă actuală problema elaborării unei proceduri de întocmire a modelelor matematice a convertoarelor electromecanice, care ar ținea cont de realizarea fizică constructivă și de regimul de funcționare și reglare a mașinii.

2. Formularea problemei

Generatorul asincron cu câmp învârtitor este o mașină electrică cu simetrie magnetică și electrică și pentru circuitul exterior prezintă o sursă de energie, care poate fi prezentată prin scheme echivalente cu parametri concentrați. Schema echivalentă a mașinii asincrone este cunoscută [6] și problema abordată în lucrare constă în racordarea soluției tehnice de confecționare a generatorului asincron cu două înfășurări pe stator la schema cunoscută. Deoarece mașina asincronă este un transformator ne vom folosi de această particularitate la întocmirea modelului matematic [7], ținând cont de conexiunile înfășurărilor care corespund soluției propuse în brevetul de invenție [8].

3. Modelul matematic al GA cu trei înfășurări și cu excitație capacitativă

Generatoarele asincrone conțin mai multe înfășurări pe stator și aceste înfășurări pot avea conexiuni galvanice sau să fie formate din înfășurări cu decalaj spațial al unghiului de plasare reciprocă. Unica posibilitate de a prezenta o descriere veridică matematică în acest caz o acordă numai utilizarea sistemului fazor de coordonate. Descrierea matematică se face în baza ecuațiilor diferențiale și integrale, care țin cont de particularitățile legăturilor mutuale între elementele constructive ale mașinii.

La prima fază de elaborarea a modelului matematic este util de utilizat următoarele ipoteze:

- inductanțele fluxurilor magnetice de scăpări (dispersia) ale înfășurărilor statorului și rotorului sunt mărimi constante;
- nu se ia în considerație fenomenul de histereză din fierul statorului și rotorului;
- saturația fierului este uniformă și nu se evidențiază fenomenele de apariția a polilor apariții în rotor.

În sistemul fazor de coordonate în baza ipotezelor formulate vectorii curenților de magnetizare și fluxul total magnetizant sunt vectori coliniari. Valorile lor în acest caz diferă printr-o valoare a unui coeficient.

La mașina asincronă cu rotorul în scurt circuit înfășurarea rotorului se poate prezenta ca o înfășurare cu multe faze. Numărul de faze este egal cu numărul de creștături Z_2 a rotorului, iar numărul de spire în fază este de $W_2=1/2$ cu factorul de repartizare $K_{qr}=1$. Totodată

numărul de poli a înfășurării rotorice este egal cu numărul de poli a înfășurării statorului și a câmpului învârtitor al mașinii.

Această observație ne permite să prezentăm mașina printr-o schemă echivalentă, care include câte trei faze a înfășurării plasate pe stator și pe rotor. Esențial în acest caz este faptul, că fluxurile totale magnetizante ale înfășurărilor vor fi orientate după axele sistemului de coordonate în fazori. Înfășurarea coliviei rotorului mașinii asincrone se va prezenta printr-o înfășurare echivalentă cu trei faze.

În fig. 1 este prezentată schema echivalentă de principiu pentru mașina cu două înfășurări.

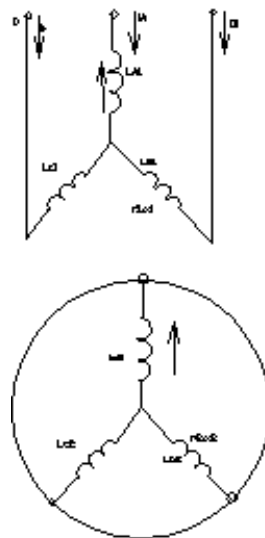


Fig. 1 Schema echivalentă a mașinii asincrone cu rotorul în scurtcircuit.

Deoarece întrefierul mașinii asincrone este uniform inductanțele proprii ale fazelor înfășurării statorului și rotorului sunt valori constante. În baza simetriei fazelor modulele acestor mărimi sunt mărimi constante și egale.

Mărimi cu valori constante sunt și inductanțele mutuale a fazele statorului și a fazele rotorului. Ca mărimi variabile la întoarcerea rotorului se prezintă inductanțele dintre înfășurările plasate pe stator și înfășurările plasate pe rotorul mașinii

Variabilele acestor inductanțe mutuale se schimbă în conformitate cu relațiile:

$$\begin{aligned} M_{Aa} &= M_{Am} \cos \omega_r t; \\ M_{Ab} &= M_{Am} \cos(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}); \\ M_{Ac} &= M_{Am} \cos(\omega_r t - \frac{4\pi}{3}), \end{aligned} \quad (1)$$

unde $M_{Aa} = M_{aA}$, $M_{Ab} = M_{bA}$, $M_{Ac} = M_{cA}$ – inductanțele mutuale dintre faza A amplasată pe stator și fazele înfășurării plasate pe rotor;

ω_r - viteza unghiulară mecanică a rotorului mașinii.

Relații similare obținem pentru fazele B și C ale înfășurării, dacă vom ține cont de amplasarea reciprocă a lor în spațiu.

În funcție de numărul de poli ai mașinii viteza unghiulară a rotorului va fi egală:

$$\omega_r = \frac{\omega \pm s\omega}{p} = \frac{\omega}{p}(1 \pm s) \quad (2)$$

unde p – numărul de perechi de poli a înfășurării statorului;

ω – frecvența unghiulară a curentului în înfășurarea statorului;

s – alunecarea rotorului.

În baza relației (1) și (2) obținem:

$$|M_{ij}(t)| = M_m \begin{bmatrix} \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t] & \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t - \frac{4\pi}{3}] & \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t - \frac{2\pi}{3}] \\ \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t - \frac{2\pi}{3}] & \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t] & \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t - \frac{4\pi}{3}] \\ \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t - \frac{4\pi}{3}] & \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t - \frac{2\pi}{3}] & \cos[\frac{\omega}{p}(1 \pm s)t] \end{bmatrix} \quad (3)$$

În regim de generare ($1+s$), iar în regim de motor electric asincron ($1-s$).

Sistemul de ecuații pentru descrierea matematică a proceselor în generator trebuie completat cu ecuația echilibrului mecanic:

$$M_r = M_{em} + J \frac{d\omega_r}{dt} = M_{em} + J \frac{\omega}{p} \frac{ds}{dt}, \quad (4)$$

unde M_r – momentul de torsiune aplicat la axul arborelui rotorului generatorului;

M_{em} – momentul electromagnetic;

J – momentul de inerție a masei învârtitoare.

Dacă ne vom folosi de ecuația Kloss :

$$M_{em} \approx M = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_{\max}} + \frac{s_{\max}}{s}}$$

se poate prezenta echilibrul mecanic prin expresia următoare :

$$M_r = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_{\max}} + \frac{s_{\max}}{s}} + J \frac{\omega}{p} \frac{ds}{dt}; \quad (5)$$

unde $s_{\max}$ – valoarea critică a alunecării ;

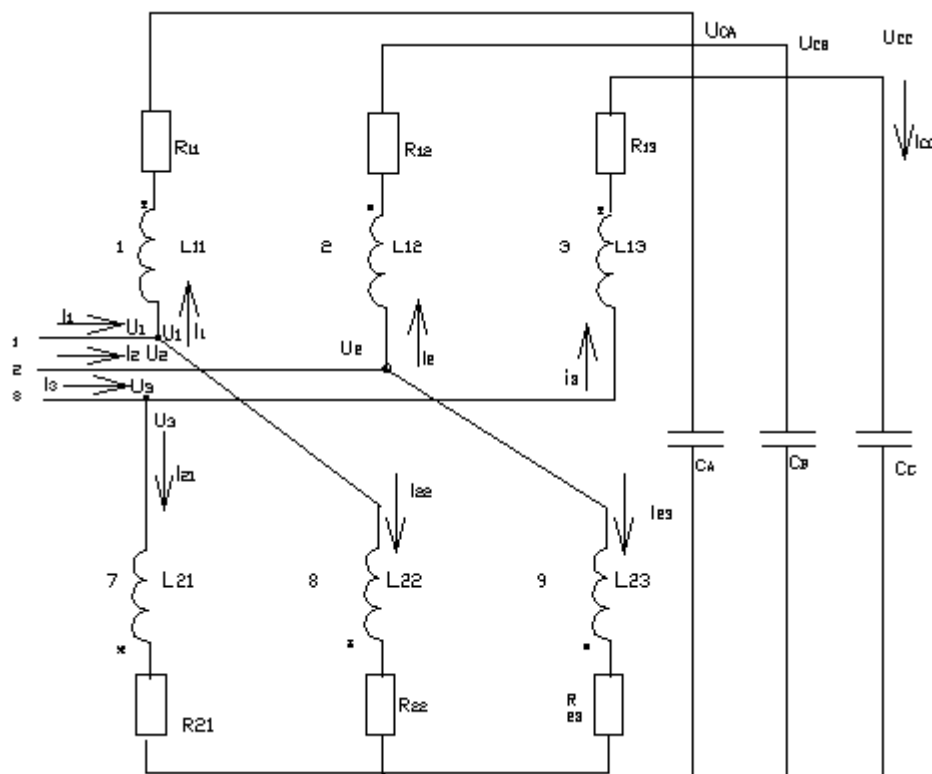
$M_{\max}$ – cuplul maximal al mașinii.

Valorile mărimilor $s_{\max}$ și $M_{\max}$ pentru mașinile asincrone sunt cunoscute.

Vom menționa, că la acțiunarea generatorului de la un aeromotor avem posibilitatea să prezentăm momentul de antrenare M_r a rotorului generatorului ca funcție a vitezei vântului. Aceasta va fi necesar la faza de modelare a regimului de funcționare a instalației eoliene ca obiect energetic integrat.

3.1. Modelul matematic al generatorului în formă diferențială

În fig.2 este prezentată schema electrică echivalentă a generatorului asincron cu excitație capacitivă. Stabilitatea tensiunii generatorului se asigură de către un sistem de dirijare în baza electronicii de putere.



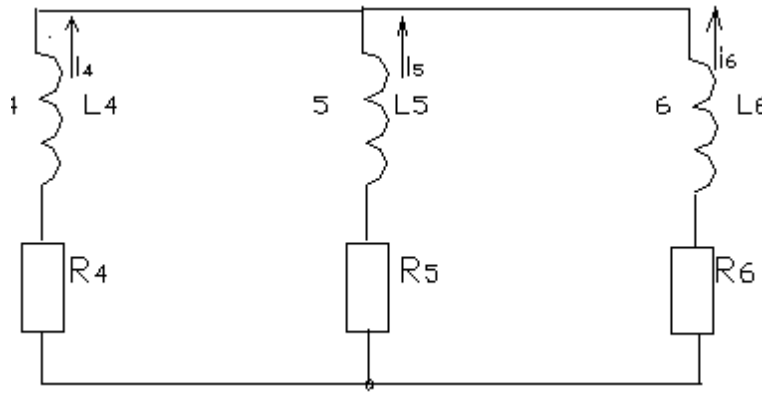


Fig. 2. Schema echivalentă electrică a generatorului asincron cu trei înfășurări și excitație capacitivă

Pentru această schemă este valabil următorul

sistem de ecuații integro-diferențial:

$$u_1^- - u_1 = 0$$

$$u_2^- - u_2 = 0$$

$$u_3^- - u_3 = 0$$

$$i_1^- - i_1 - i_{22}^n = 0$$

$$i_2^- - i_2 - i_{23} = 0$$

$$i_3^- - i_3 - i_{21} = 0$$

$$\begin{aligned} u_1 &= i_{21}R_{21} + L_{21} \frac{di_{21}}{dt} + M_{71} \frac{di_1}{dt} + M_{72} \frac{di_2}{dt} + M_{73} \frac{di_3}{dt} + M_{78} \frac{di_{22}}{dt} + M_{79} \frac{di_{23}}{dt} + M_{74} \frac{di_4}{dt} + M_{75} \frac{di_5}{dt} + M_{76} \frac{di_6}{dt}; \\ u_2 &= i_{22}R_{22} + L_{22} \frac{di_{22}}{dt} + M_{81} \frac{di_1}{dt} + M_{82} \frac{di_2}{dt} + M_{83} \frac{di_3}{dt} + M_{87} \frac{di_{21}}{dt} + M_{89} \frac{di_{23}}{dt} + M_{84} \frac{di_4}{dt} + M_{85} \frac{di_5}{dt} + M_{86} \frac{di_6}{dt}; \\ u_3 &= i_{23}R_{23} + L_{23} \frac{di_{23}}{dt} + M_{91} \frac{di_1}{dt} + M_{92} \frac{di_2}{dt} + M_{93} \frac{di_3}{dt} + M_{98} \frac{di_{21}}{dt} + M_{98} \frac{di_{22}}{dt} + M_{94} \frac{di_4}{dt} + M_{95} \frac{di_5}{dt} + M_{96} \frac{di_6}{dt}; \\ u_1 &= i_1R_{11} + L_{11} \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} + M_{17} \frac{di_{21}}{dt} + M_{18} \frac{di_{22}}{dt} + M_{19} \frac{di_{23}}{dt} + M_{14} \frac{di_4}{dt} + M_{15} \frac{di_5}{dt} + M_{16} \frac{di_6}{dt} + \frac{1}{C_A} \int_0^t i_1 dt; \\ u_2 &= i_2R_{12} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{21} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt} + M_{27} \frac{di_{21}}{dt} + M_{28} \frac{di_{22}}{dt} + M_{29} \frac{di_{23}}{dt} + M_{24} \frac{di_4}{dt} + M_{25} \frac{di_5}{dt} + M_{26} \frac{di_6}{dt} + \frac{1}{C_B} \int_0^t i_2 dt; \\ u_3 &= i_3R_{13} + L_{13} \frac{di_3}{dt} + M_{31} \frac{di_1}{dt} + M_{32} \frac{di_2}{dt} + M_{37} \frac{di_{21}}{dt} + M_{38} \frac{di_{22}}{dt} + M_{39} \frac{di_{23}}{dt} + M_{34} \frac{di_4}{dt} + M_{35} \frac{di_5}{dt} + M_{36} \frac{di_6}{dt} + \frac{1}{C_C} \int_0^t i_3 dt; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} 0 &= i_4R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} + M_{45} \frac{di_5}{dt} + M_{46} \frac{di_6}{dt} + M_{47} \frac{di_{21}}{dt} + M_{48} \frac{di_{22}}{dt} + M_{49} \frac{di_{23}}{dt} + M_{41} \frac{di_1}{dt} + M_{42} \frac{di_2}{dt} + M_{43} \frac{di_3}{dt}; \\ 0 &= i_5R_5 + L_5 \frac{di_5}{dt} + M_{54} \frac{di_4}{dt} + M_{56} \frac{di_6}{dt} + M_{57} \frac{di_{21}}{dt} + M_{58} \frac{di_{22}}{dt} + M_{59} \frac{di_{23}}{dt} + M_{51} \frac{di_1}{dt} + M_{52} \frac{di_2}{dt} + M_{53} \frac{di_3}{dt}; \\ 0 &= i_6R_6 + L_6 \frac{di_6}{dt} + M_{64} \frac{di_4}{dt} + M_{65} \frac{di_5}{dt} + M_{67} \frac{di_{21}}{dt} + M_{68} \frac{di_{22}}{dt} + M_{69} \frac{di_{23}}{dt} + M_{61} \frac{di_1}{dt} + M_{62} \frac{di_2}{dt} + M_{63} \frac{di_3}{dt}; \end{aligned}$$

3.2 Modelul matematic în diferențe finite al generatorului

Sistemul de ecuații diferențiale (6) include 15 relații, iar variabile necunoscute avem 18. Pentru a ajunge la o variantă rezonabilă de obținere a soluției sunt necesare încă 3 ecuații. Ne vom folosi de proprietățile caracteristicilor Rimman pentru linia lungă cu parametrii distribuiți utilizând ipoteza, că bornele de ieșire ale generatorului sunt conectate la capătul liniei trifazate: tensiunile u_1 , u_2 și u_3 . Aceasta va fi posibil după aproximarea ecuațiilor diferențiale prin diferențe finite [9].

Pentru a obține un sistem de ecuații, pentru care se poate determina soluția este necesar să utilizăm trei ecuații de pe caracteristici pentru linia lungă cu parametrii distribuiți. Aceste ecuații prezintă așa numitele invariante Rimman pentru sistemul de ecuații hiperbolice cu derivate parțiale și au următoarea structură:

$$I^-(x, t) = i^- + v^- C^- u^-$$

unde C^- - capacitatea lineică a liniei lungi conectate la bornele mașinii asincrone;

v^- - viteza de propagare a undei electromagnetice în linie;

i^- și u^- - variabile necunoscute.

Includerea în modelul matematic a liniei lungi, descrisă de ecuațiile telegraștelor ne permite de a

efectua o generalizare pentru modelul matematic al circuitului examinat și utilizarea metodei numerice de calcul neîntrerupt pentru analiza proceselor în obiectul studiat.

$$(i_{1,N-1/2}^- + v_1 C_1 u_{1,N-1/2}^-)_n = (i_{1,N-1/2}^- + v_1 C_1 u_{1,N-1/2}^-)^n;$$

$$(i_{2,N-1/2}^- + v_2 C_2 u_{2,N-1/2}^-)_n = (i_{2,N-1/2}^- + v_2 C_2 u_{2,N-1/2}^-)^n;$$

$$(i_{3,N-1/2}^- + v_3 C_3 u_{3,N-1/2}^-)_n = (i_{3,N-1/2}^- + v_3 C_3 u_{3,N-1/2}^-)^n;$$

$$u_1^n = R_{11} i_1^n + L_{11} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{12} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{13} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} + M_{17} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} + M_{18} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{19} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{14} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{15} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{16} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau} + \frac{\tau}{C_A} (i_1^n + i_{1,n} + i_{1,N-1} + i_{1,N-2} + \dots);$$

$$u_2^n = R_{12} i_2^n + L_{12} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{21} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{23} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} + M_{27} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} + M_{28} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{29} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{24} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{25} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{26} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau} + \frac{\tau}{C_B} (i_2^n + i_{2,n} + i_{2,N-1} + i_{2,N-2} + \dots);$$

$$u_3^n = R_{13} i_3^n + L_{13} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} + M_{31} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{32} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{37} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} + M_{38} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{39} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{34} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{35} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{36} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau} + \frac{\tau}{C_C} (i_3^n + i_{3,n} + i_{3,N-1} + i_{3,N-2} + \dots);$$

$$u_1^n = R_{21} i_{21}^n + L_{21} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} + M_{71} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{72} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{73} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{78} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{79} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} + M_{74} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{75} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{76} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau};$$

$$u_2^n = R_{22} i_{22}^n + L_{22} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{81} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{82} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{23} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{87} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} + M_{89} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} + M_{84} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{85} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{86} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau};$$

$$u_3^n = R_{23} i_{23}^n + L_{23} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} + M_{91} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{92} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{93} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{97} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} + M_{98} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{94} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} + M_{94} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{95} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{96} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau};$$

$$0 = R_4 i_4^n + L_4 \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{41} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{42} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{43} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} + M_{47} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{48} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{49} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} + M_{45} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{46} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau};$$

$$0 = R_5 i_5^n + L_5 \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau} + M_{51} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{52} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{53} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} + M_{57} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{58} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{59} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} + M_{54} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{56} \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau};$$

$$0 = R_6 i_6^n + L_6 \frac{i_6^n - i_{6,n}}{\tau} + M_{61} \frac{i_1^n - i_{1,n}}{\tau} + M_{62} \frac{i_2^n - i_{2,n}}{\tau} + M_{63} \frac{i_3^n - i_{3,n}}{\tau} + M_{67} \frac{i_{21}^n - i_{21,n}}{\tau} +$$

$$+ M_{68} \frac{i_{22}^n - i_{22,n}}{\tau} + M_{69} \frac{i_{23}^n - i_{23,n}}{\tau} + M_{64} \frac{i_4^n - i_{4,n}}{\tau} + M_{65} \frac{i_5^n - i_{5,n}}{\tau};$$

$$\begin{aligned}(u_1^-)^n - u_1^n &= 0 & (i_1^-)^n - i_1^n - i_{22}^n &= 0 \\ (u_2^-)^n - u_2^n &= 0 & (i_2^-)^n - i_2^n - i_{23}^n &= 0 \\ (u_3^-)^n - u_3^n &= 0 & (i_3^-)^n - i_3^n - i_{21}^n &= 0\end{aligned}$$

τ - pasul de discretizare a timpului în procedura de calcul numeric neîntrerupt.

Vom nota prin Z vectorul variabililor necunoscute:

$$Z = (i_1^-, i_2^-, i_3^-, i_1, i_2, i_3, i_{21}, i_{22}, i_{23}, i_4, i_5, i_6, u_1^-, u_2^-, u_3^-, u_1, u_2, u_3)^T;$$

- vector transpus.

Mărimile de tipul i^n se referă la pasul n de discretizare a timpului în schema numerică de calcul, iar mărimile de tipul i_n se referă la pasul precedent a rețelei de descrizitare a timpului, care sunt deja mărimi cunoscute. Mărimile i_n au fost determinate la iterația precedentă a procedurii de calcul numeric.

Mărimile de tipul i_{n-1} , i_{n-2} etc., se referă la straturile de timp precedente și sunt mărimi deja cunoscute.

După aproximarea prezentată în diferențe finite se poate scrie o ecuație matricială de tipul:

$BY=Z$, unde

B – matricea pătratică de pe lângă variabilele necunoscute;

Y – vector al variabililor cunoscute;

Z – vector al valorilor mărimilor care se referă la stratul precedent al rețelei de timp discretizat.

Matricea B se poate prezenta în modul următor:

$$B = \begin{vmatrix} E & 0 & 0 & 0 & B_1 & 0 \\ 0 & B_{44} & B_{47} & B_{410} & 0 & -E \\ 0 & B_{75} & B_{77} & B_{710} & 0 & -E \\ 0 & B_{105} & B_{107} & B_{1010} & 0 & 0 \\ E & -E & E_{137} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E & -E \end{vmatrix};$$

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \text{ - matricea unitară}$$

$$B_v = \begin{vmatrix} \nu_1 C_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \nu_2 C_{20} & 0 \\ 0 & 0 & \nu_2 C_{20} \end{vmatrix};$$

$$B_{44} = \begin{vmatrix} R_{11} + \frac{L_1}{\tau} & \frac{M_{12}}{\tau} & \frac{M_{13}}{\tau} \\ \frac{M_{21}}{\tau} & R_{12} + \frac{L_2}{\tau} & \frac{M_{23}}{\tau} \\ \frac{M_{31}}{\tau} & \frac{M_{32}}{\tau} & R_{13} + \frac{L_3}{\tau} \end{vmatrix};$$

$$B_{47} = \begin{vmatrix} \frac{M_{17}}{\tau} & \frac{M_{18}}{\tau} & \frac{M_{19}}{\tau} \\ \frac{M_{27}}{\tau} & \frac{M_{28}}{\tau} & \frac{M_{29}}{\tau} \\ \frac{M_{37}}{\tau} & \frac{M_{38}}{\tau} & \frac{M_{39}}{\tau} \end{vmatrix};$$

$$B_{4,10} = \begin{vmatrix} \frac{M_{14}}{\tau} & \frac{M_{15}}{\tau} & \frac{M_{16}}{\tau} \\ \frac{M_{24}}{\tau} & \frac{M_{25}}{\tau} & \frac{M_{26}}{\tau} \\ \frac{M_{34}}{\tau} & \frac{M_{35}}{\tau} & \frac{M_{36}}{\tau} \end{vmatrix};$$

$$B_{75} = \begin{vmatrix} \frac{M_{71}}{\tau} & \frac{M_{72}}{\tau} & \frac{M_{73}}{\tau} \\ \frac{M_{81}}{\tau} & \frac{M_{82}}{\tau} & \frac{M_{83}}{\tau} \\ \frac{M_{91}}{\tau} & \frac{M_{92}}{\tau} & \frac{M_{93}}{\tau} \end{vmatrix};$$

$$B_{77} = \begin{vmatrix} R_{21} + \frac{L_{21}}{\tau} & \frac{M_{78}}{\tau} & \frac{M_{76}}{\tau} \\ \frac{M_{87}}{\tau} & R_{22} + \frac{L_{22}}{\tau} & \frac{M_{98}}{\tau} \\ \frac{M_{97}}{\tau} & \frac{M_{98}}{\tau} & R_{23} + \frac{L_{23}}{\tau} \end{vmatrix};$$

$$B_{105} = \begin{vmatrix} \frac{M_{41}}{\tau} & \frac{M_{42}}{\tau} & \frac{M_{43}}{\tau} \\ \frac{M_{51}}{\tau} & \frac{M_{52}}{\tau} & \frac{M_{53}}{\tau} \\ \frac{M_{61}}{\tau} & \frac{M_{62}}{\tau} & \frac{M_{63}}{\tau} \end{vmatrix};$$

$$B_{107} = \begin{vmatrix} \frac{M_{47}}{\tau} & \frac{M_{48}}{\tau} & \frac{M_{49}}{\tau} \\ \frac{M_{57}}{\tau} & \frac{M_{58}}{\tau} & \frac{M_{59}}{\tau} \\ \frac{M_{67}}{\tau} & \frac{M_{68}}{\tau} & \frac{M_{69}}{\tau} \end{vmatrix};$$

$$E_{137} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

Partea dreaptă a ecuației matriciale are următoarea structură:

$$Y_1 = i_{1,N-1/2}^- + v_1 C_{10} u_{1,N-1/2}^-;$$

$$Y_2 = i_{2,N-1/2}^- + v_{2N} C_{20} u_{2,N-1/2}^-;$$

$$Y_3 = i_{3,N-1/2}^- + v_{3N} C_{30} u_{3,N-1/2}^-;$$

$$Y_4 = \frac{L_{11}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{12}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{13}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{17}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{18}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{19}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{14}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{15}}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{16}}{\tau} i_{6,n} - \frac{\tau}{C_A} (i_{1,n} + i_{1,N-1} + i_{1,N-2} + \dots);$$

$$Y_5 = \frac{L_{12}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{21}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{23}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{27}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{28}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{29}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{24}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{25}}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{26}}{\tau} i_{6,n} - \frac{\tau}{C_B} (i_{2,n} + i_{2,N-1} + i_{2,N-2} + \dots);$$

$$Y_6 = \frac{L_{13}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{31}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{32}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{37}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{38}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{39}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{34}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{35}}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{36}}{\tau} i_{6,n} - \frac{\tau}{C_C} (i_{3,n} + i_{3,N-1} + i_{3,N-2} + \dots);$$

$$Y_7 = \frac{L_{21}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{71}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{72}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{73}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{78}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{79}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{74}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{75}}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{76}}{\tau} i_{6,n};$$

$$Y_8 = \frac{L_2}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{81}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{82}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{83}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{87}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{89}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{84}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{85}}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{86}}{\tau} i_{6,n};$$

$$Y_9 = \frac{L_{23}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{91}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{92}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{93}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{97}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{98}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{94}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{95}}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{96}}{\tau} i_{6,n};$$

$$Y_{10} = \frac{L_4}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{41}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{42}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{43}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{47}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{48}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{49}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{45}}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{46}}{\tau} i_{6,n};$$

$$Y_{11} = \frac{L_5}{\tau} i_{5,n} + \frac{M_{51}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{52}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{53}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{57}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{58}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{54}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{54}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{56}}{\tau} i_{6,n};$$

$$Y_{12} = \frac{L_6}{\tau} i_{6,n} + \frac{M_{61}}{\tau} i_{1,n} + \frac{M_{62}}{\tau} i_{2,n} + \frac{M_{63}}{\tau} i_{3,n} + \frac{M_{67}}{\tau} i_{21,n} + \frac{M_{68}}{\tau} i_{22,n} + \frac{M_{69}}{\tau} i_{23,n} + \frac{M_{64}}{\tau} i_{4,n} + \frac{M_{65}}{\tau} i_{6,n};$$

$$Y_{13}=Y_{14}=Y_{15}=Y_{16}=Y_{17}=Y_{18}=0.$$

În procedura de calcul neîntrerupt se folosesc următoarele ecuații pentru determinarea valorilor

necunoscute în baza utilizării invariantelor Rimman [9].

$$i^{n-1/2} = \left(L_{n-1/2} + \frac{\tau}{2} R_{n-1/2} \right)^{-1} \left(\frac{\tau}{h_n} (u^{n-1} - u^n) + (L_{n-1/2} - \frac{\tau}{2} R_{n-1/2}) i_{n-1/2} \right), \quad (7)$$

$$u^{n-1/2} = \left(C_{n-1/2} + \frac{\tau}{2} G_{n-1/2} \right)^{-1} \left(\frac{\tau}{h_n} (i^{n-1} - i^n) + (C_{n-1/2} - \frac{\tau}{2} G_{n-1/2}) u_{n-1/2} \right).$$

Indicii de sus corespund intervalului de timp t_1 “de sus”. Valorile suplimentare i^n , u^n determinate în punctele x_n se calculează din relațiile liniare $dx/dt = \pm v$, în intervalul cărora constantele $I^\pm(x, t) = i \pm vCu$, își păstrează valorile constante: $I^\pm(x, t) = const$.

Dacă presupunem, că funcțiile necunoscute au valori constante în intervalul (x_{n-1}, x_n) , atunci obținem un sistem algebric de ecuații cu două necunoscute i^n , u^n :

$$i^n + v_{n-1/2} C_{n-1/2} u^n = i_{n-1/2} + v_{n-1/2} C_{n-1/2} u_{n-1/2};$$

$$i^n - v_{n+1/2} C_{n+1/2} u^n = i_{n+1/2} - v_{n+1/2} C_{n+1/2} u_{n+1/2},$$

De unde determinăm:

$$u^n = (v_{n-1/2} C_{n-1/2} + v_{n+1/2} C_{n+1/2})^{-1} (i_{n-1/2} - i_{n+1/2} + v_{n-1/2} C_{n-1/2} u_{n-1/2} + v_{n+1/2} C_{n+1/2} u_{n+1/2}); \quad (8)$$

$$i^n = i_{n-1/2} + v_{n-1/2} C_{n-1/2} (u_{n-1/2} - u^n).$$

Pentru calculul valorilor lui i și u în punctele $x_0=0$ și $x_N=l$ se utilizează condițiile de limită și relațiile corespunzătoare de pe caracteristici:

$$\begin{aligned} \alpha_0 i_0 + \beta_0 u_0 &= f_0; \\ i_0 - v_{1/2} C_{1/2} u_0 &= i_{1/2} - v_{1/2} C_{1/2} u_{1/2}; \\ \alpha_l i_N + \beta_l u_N &= f_l; \\ i_N + v_{N-1/2} C_{N-1/2} u_N &= i_{N-1/2} + v_{N-1/2} C_{N-1/2} u_{N-1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Condiția necesară și suficientă de stabilitate a metodei numerice de calcul se obține cu metoda unor estimări a priori a balanței energiei dată de relația [9]:

$$\tau \leq h_n / v_{n-1/2}, \quad (10)$$

unde h_n - pasul de discretizare a liniei lungi cu parametri distribuiți;

v - viteza de propagare a excitației electromagnetice în linia lungă-

La întocmirea modelului matematic s-au luat în considerație următoarele condiții marginale de limită:

Pentru punctul liniei $x=l$, la care se conectează circuitul RLC sunt valabile ecuațiile:

$$\begin{aligned} (i^- + vCu^-)^N &= (i^- + vCu^-)_{N-1/2} \\ Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t idt - u &= 0 \end{aligned}$$

unde $i^- = i^-$ și $u^- = u$.

Ecuația a doua în diferențe finite:

$$Ri + L \frac{i^n - i_n^-}{\tau} + \frac{\tau}{C} (i^n + i_n^- + i_{n-1}^- + \dots) - u = 0.$$

După modificare obținem:

$$\left(R + \frac{L}{\tau} + \frac{\tau}{C} \right) i^n - u = \frac{L}{\tau} i_n^- - \frac{\tau}{C} (i_n^- + i_{n-1}^- + i_{n-2}^- \dots).$$

Elementele ecuației matriciale pentru punctul $x=l$ aliniei monofazate sunt următoarele:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & vC \\ R + \frac{L}{\tau} + \frac{\tau}{C} & -1 \end{bmatrix};$$

$$Y_1 = (i + vCu)_{N-1/2}; \quad Y_2 = \frac{L}{\tau} i_n^- - \frac{\tau}{C} (i_n^- + i_{n-1}^- + \dots)$$

Pentru a exclude o componentă s-au altă componetă noi avem posibilitatea de a atribui mărimilor matrice B astfel de valori , ca această componento să devină neglijabil de mică în comparație cu altele. De exemplu: $R=0$ obținem circuit fără pierder iar $R \rightarrow \infty$ deconectarea circuitului; $L=0$ circuit fără inductanță și $C \rightarrow \infty$ circuit fără capacitate.

Concluzii.

Utilizarea procedurii de prezentare a mașinii asincrone în forma de sistem de ecuații diferențiale în

sistemul fazor de coordonate deschide noi posibilități de analiză a regimului de funcționare în baza metodelor numerice de calcul. Dotarea acestui sistem cu echuația echilibrului mecanic va permite modelarea regimului de funcționare a generatorului asincron antrenat de un aeromotor la varierea vitezei vântului , ținând totodată cont de capacitățile de inerție ale instalației. Regimurile de nesimetrie se pot modela fără schimbări ale structurii schemei echivalentie și a schemei de calcul. Aceste modificări se fac foarte simplu prin varierea valorilor parametrilor circuitelor.

Bibliografia

- 1.Грузов Л.Н. Методы математического исследования электрических машин. М.-Л.: ГЭИ, 1953.-264с.
2. Kovacs K.Paul. Analiza regimurilor tranzitorii ale mașinilor electrice. Traducere din limba magheară prof. dr.ing. Arpad Kelemen. București: Editura tehnică, 1980. -552p.
3. Постников И.М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин. Киев: Изд. Техника, 1966г. -436с.
4. Ambros Tudor. Mașini electrice. V.2. Mașini sincrone și de curent continuu. Procese tranzitorii. Chișinău: Universitas, 1994. -342p-
5. Лищенко А.И. Трехобмоточные асинхронные генераторы с емкостным и вентильным возбуждением для автономных энергоустановок Техничкая электродинамика, 1995, № 4. – СС.42-45.
6. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Часть вторая. Машины переменного тока. Л., Энергия , 1973г. 648 с.
7. Петров Г.Н. Электрические машины. Ч.1. М. : Энергия , 1974. 240с.
8. Berzan V. , Bârlădeanu A., Țițșu M., Lumer I. Generator asincron cu excitație capacizivă. MD2089 C2 2003.01.31. Int CI⁷ H02 K17/28
9. Berzan V., Rimschi V. Procese nestaționare în circuite electrice neomogene. Chișinău, 1998. 412 p.



Берзан В.П. a absolvit Facultatea de Energetică a Universității Tehnice a Moldovei. În a.1990 a susținut teza de d.ș.t. la Universitatea Tehnică de Stat din Sanct-Petersburg la specialitatea 05.09.02 „ Izolația electrică și tehnica cablurilor”, iar în a.1999 i s-a conferit titlul de d.h.ș.t. la specialitatea 05.14.02 în baza susținerii tezei cu tema „Procese electromagnetice tranzitorii în liniile lungi neomogene cu multe fire” la Institutul de Energetică al AȘM. Domeniul de activitate: diagnoza echipamentului energetic în regimuri on-line și off-line cu metode indistructive de control, studierea proceselor nestaționare în circuite neomoge, cercetări în domeniul resurselor regenerabile de energie, utilizarea metodelor numerice de calcul la soluționarea problemelor tehnico-științifice din domeniul fizicii matematice. Autor și coautor a 130 lucrări științifice, inclusiv 4 monografii, 10 brevete.