



FORECASTING OF INDICATORS OF ENERGY SECURITY

Grdetskiy Mihail, Bicova Elena

The energy Institute of the Academy of Sciences of Moldova

Abstract – For the analysis and monitoring of energy security uses dynamic model of indicators, reflecting the state of and changes, including structural, in the energy sector and make it possible to determine the boundaries of the possible development of the industry. Proposed requirements for such models and corresponding to the requirements of their mathematical form. The methods of their calculation. Provides information about developed for this purpose tools.

Keywords: energy security, dynamic models of the indicators, and forecasting, tools

PROGNOZAREA INDICATORILOR SECURITĂȚII ENERGETIC

Grodețki Mihail, Bikova Elena

Institutul de Energetică al Academiei de Științe a Moldovei

Rezumat – Pentru analiza și monitorizarea securității energetice se utilizează modele dinamice ale indicatorilor care reflectă starea și modificările, inclusiv structurale, în sectorul energetic și permit prognozarea limitele posibile de dezvoltare a sectorului. În lucrare se propune cerințele către astfel de modele și forma matematică ce corespunde acestor cerințe. Se examinează metodele de calcul al acestora. Sunt aduse date privind instrumentele dezvoltate în acest scop.

Cuvinte cheie – securitatea energetică, modele dinamice de indicatori, instrumente de prognoză

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДИКАТОРОВ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

ГРОДЕЦКИЙ М. В., БЫКОВА Е. В.

Институт энергетики Академии наук Молдовы

Реферат – Для анализа и мониторинга энергетической безопасности используются динамические модели индикаторов, отражающие состояние и изменения, в том числе структурные, в энергетической отрасли и позволяющие прогнозировать границы возможного развития отрасли. Предлагаются требования к таким моделям и соответствующая этим требованиям их математическая форма. Рассматриваются методы их вычисления. Приводятся сведения о разработанном для этой цели инструментарии.

Ключевые слова: энергетическая безопасность, динамические модели индикаторов, прогнозирование, инструментарий

1. ВВЕДЕНИЕ

В Институте энергетики Академии наук Республики Молдова ведутся работы по анализу и мониторингу энергетической безопасности с использованием индикаторов состояния энергосистемы – набора переменных во времени величин, характеризующих динамику развития энергосистемы [1]. На основе ежегодных данных статистики строятся модели индикаторов в виде сглаженной функции времени и диапазона возможных значений индикаторов в прогнозе.

Для более углубленной оценки энергетической системы Республики Молдова следовало бы построить её динамическую модель. Это позволило бы провести анализ её развития в прошлом и определить диапазон возможных путей управляемого развития в будущем. Модель целесообразно представлять в виде системы конечноразностных уравнений – разностной схемы [2]. В эту схему могут быть органически включены дифференциальные уравнения. Для построения и мониторинга сложной

модели должны быть доступны обширные исходные данные. Но очевидно, что проведение любого эксперимента на работающей энергосистеме невозможно. Поэтому коэффициенты уравнений могут быть определены только по статистическим данным о работе моделируемой системы. Кроме того, модель отражает структуру моделируемой системы. А эта структура может меняться довольно часто, так что не получится достаточно длинный статистический ряд. Для построения модели в таких условиях необходим большой объём различной априорной информации, которого, к сожалению, пока что ещё нет.

В этой работе рассмотрен вопрос построения моделей отдельных индикаторов энергетической безопасности. При этом использовались некоторые идеи, взятые из [3], [4] и [5].

2. РЕШАЕМАЯ ЗАДАЧА

Крупная энергосистема при постоянстве её структуры является устойчивым динамическим объединением, основные показатели которого (индикаторы)

меняются плавно. Модели индикаторов должны адекватно отражать эти динамические процессы. Их плавность позволит строить прогнозы. Однако реальные значения индикаторов под воздействием неучтенных процессов испытывают значительные отклонения. Поэтому применяемая формула математической модели должна соответствовать характеру поведения индикаторов, скрытому этими неучтенными процессами.

Классические методы моделирования предполагают наличие данных, полученных в результате спланированного эксперимента. В нашем же случае нельзя даже предположить возможность проведения эксперимента над энергосистемой региона. В предисловии к [3] дается характеристика такой задачи: «Классические приемы и методы моделирования, в том числе и эконометрического, не вполне соответствуют необходимости идентифицировать изменяющиеся системы соотношений по единственным известным реализациям значений показателей изучаемых объектов и процессов. В этих условиях представляют интерес методы выявления и описания устойчивых свойств рассматриваемых изменяющихся объектов путем моделирования соотношений между статистическими данными с помощью специальным образом склеиваемых кусков различных функций, т.е. при помощи сплайнов.» (конец цитаты). В работе [4], стр.11 сказано следующее: «Интервальное представление факторов неопределенности в последнее время привлекает все большее внимание исследователей как наименее ограничительное и отвечающее широкому классу практических задач. Во многих прикладных задачах часто нет оснований или недостаточно информации для того, чтобы рассматривать факторы неопределенности как случайные (например, когда нельзя предположить (даже гипотетически) возможность многократного проведения эксперимента на исследуемом объекте при неизменном действии неучтенных и неуправляемых факторов). Это приводит к необходимости учета неопределенности нестатистической (или в общем случае неизвестной) природы, когда относительно факторов z ничего не известно, кроме их свойства быть ограниченными.» Как и в работе [3], применение сплайнов принимается для моделирования структурных изменений, которые могут менять свойства систем. Принимается, что устойчивость свойств систем, сохраняющаяся в интервалах времени с постоянной структурой систем, обеспечивает плавное изменение индикаторов. Поэтому принят способ моделирования индикаторов набором плавных участков сплайна, в простейшем случае – прямых линий (линейные сплайны). Узлы стыковки участков могут соответствовать изменению структуры системы.

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходные статистические данные по индикатору энергетической безопасности записываются в виде графика – сеточной функции с дискретным аргументом

$$X(n), \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1)$$

и строится по данным статистики за N лет.

Требуется построить математическую модель индикатора $Y(n)$ в виде функции

$$Y_{inf}(n) < Y(n) < Y_{sup}(n), \quad (2)$$

$$n = 1, 2, \dots, N, \dots, N_{fut},$$

где

$Y_{inf}(n)$ – нижняя, а $Y_{sup}(n)$ – верхняя оценка границ возможных значений индикатора $X(n)$, в том числе и в области прогноза в точках от $N + 1$ до N_{fut} . Предполагается, что модель адекватно отражает сущность реального процесса, а значения $X(n)$ содержат отклонения под влиянием внешних, хотя и не случайных, но не учитываемых воздействий $Z(n)$. Необходимо учесть и диапазон возможной ошибки статистики $\pm \varepsilon$, так что

$$X(n) = Y(n) + Z(n) \pm \varepsilon. \quad (3)$$

Амплитуда колебаний $Z(n)$ может значительно превосходить величину $\pm \varepsilon$. Функции (1) и (2) заданы на равномерной сетке, и при использовании статистических данных интервал обычно равен году.

Модель индикатора и методы её вычисления должны удовлетворять следующим требованиям.

В представляемой моделируемым индикатором динамической системе в течение рассматриваемого времени могут происходить структурные изменения. Поэтому модель строится в виде сплайна. На интервале структурного постоянства системы модель должна быть представлена гладкой монотонной функцией с монотонной производной, что обеспечит необходимую плавность. В узлах сплайна (точках предполагаемых структурных изменений) модель должна оставаться непрерывной функцией, но может терпеть разрыв производной.

Хотя построение моделей в виде больших систем конечноразностных уравнений пока не предполагается, простые модели, включающие несколько индикаторов хорошо изученных подсистем, применяться могут. Поэтому формулы гладких участков сплайна должны быть удобны для такого применения и допускать запись в виде конечноразностного уравнения (рекуррентной формулой).

Построение модели даже единственного индикатора не всегда может быть полностью формализуемой задачей. Например, можно применить априорные знания, отбросить прошлый интервал времени в ряду точек (1), когда были совсем другие условия работы системы (совсем другая её структура), выбрать наиболее подходящую формулу модели и так далее. Поэтому алгоритм расчета модели и пользовательский интерфейс приложения должны допускать экспертное вмешательство.

4. МОДЕЛЬ

Для сеточных функций нелинейных участков сплайна модели (2) принята рекуррентная формула

$$Y(n+1) = Y(n) \cdot (1+Q) + R, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

при начальном условии $Y(1) = Y_1$.

Она соответствует условию монотонности функции и производной. С ростом n в зависимости от значений коэффициентов Q и R функция может быть возрастающей или убывающей, ограниченной или не ограниченной. Рекуррентная форма записи (4) удобна для построения кусочно-разностных схем и их решения, для последовательного вычисления точек модели (2).

Для анализа поведения функции (4) удобна её запись в виде функции аргумента

$$Y(n+1) = Y_1 q^n + R \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad \text{где } q = 1 + Q. \quad (5)$$

Справедливость (5) доказывается методом математической индукции. В начальной точке формула справедлива:

$$Y(1) = Y_1 q^0 + R \frac{q^0 - 1}{q - 1} = Y_1.$$

Остается проверить переход от n к $n+1$ по формуле (4):

$$\begin{aligned} Y(n+1) &= Y(n) q + R = \\ &= \left(Y_1 q^{n-1} + R \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1} \right) q + R = Y_1 q^n + R \frac{q^n - 1}{q - 1}. \end{aligned}$$

Переход от n к $n+1$ дал формулу (5), что и требовалось доказать.

Интерес представляет анализ поведения формулы (5) при разных начальных значения Y_1 и разных коэффициентах Q и R . Прирост (первая разность конечноразностной функции) выражается формулой

$$\Delta_n = Y(n+1) - Y(n) = Y(n) Q + R \quad (6)$$

Если в точке $n = 1$ значение Δ_1 положительно, (5) будет монотонно возрастающей функцией, если отрицательно – монотонно убывающей. В плоскости с координатами Q и R уравнение

$$Y_1 Q + R = 0 \quad (7)$$

представляет собой прямую, разделяющую области, в которых (5) возрастает или убывает. От коэффициента Q зависит ограниченность функции (5). При $Q < 0$ будет $q < 1$. Следовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, \quad \text{предел (5) } Y_{lim} = -\frac{R}{Q}. \quad (8)$$

Функция (5) может быть записана в другой форме

$$Y(n+1) = \left(Y_1 + \frac{R}{Q} \right) q^n - \frac{R}{Q}. \quad (9)$$

Здесь четко видно, что это смещенная экспонента. Если сделать подстановку

$$Y_1 + \frac{R}{Q} = U_1, \quad -\frac{R}{Q} = V, \quad (10)$$

то рекуррентную формулу (4) можно записать так

$$U(n+1) = U(n) \cdot q, \quad U(1) = U_1,$$

$$Y(n+1) = U(n+1) + V. \quad (11)$$

В некоторых случаях эта запись может быть более удобной. А её неудобство может быть в том, что U_1 не является первой точкой $Y(1)$,

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ МОДЕЛИ

В качестве критерия близости сеточной функции индикатора (1) к её модели (2) принято условие минимума функции Φ , сформированной из величин

$$\delta_n = X(n) - Y(n), \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (12)$$

в таком виде:

$$\Phi = \max_n |\delta_n| \cdot \alpha + \left(\sum_{n=1}^N \delta_n^2 / N \right)^{\frac{1}{2}} \cdot (1 - \alpha), \quad (13)$$

$$n = 1, 2, \dots, N, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad \alpha \text{ и } (1 - \alpha) - \text{веса.}$$

Минимизация (13) ведется по коэффициентам Y_1 , Q и R с оптимальным выбором расположения двух узлов сплайна. Последний, правый прогнозирующий участок является главным. Его первая точка принимается как последняя точка предыдущего участка, первая точка которого в свою очередь принимается последней точкой первого участка. Это сокращает объем перебора и оптимизировать участки позволяет отдельно друг от друга, от последнего до первого. Основой расчета является отыскание оптимального расположения узлов. Это важно не только для минимизации (13), но и для выделения интервалов *предположительного* постоянства структуры моделируемой системы.

Минимизация (13) не является простой задачей. Основная трудность связана с определением расположения узлов сплайна. «Вообще говоря, процедура минимизации суммы квадратов отклонений путем варьирования узлов часто приводит к отысканию только локальных минимумов, которые тем не менее на практике трудно отличить от глобального минимума» - [3] стр.111. Иначе говоря, задача минимизации (13) может быть многоэкстремальной. Для корректного её решения необходимо применить *метод полного перебора*. Благодаря огромному прогрессу в вычислительной технике и применению несложной функции (5) эта задача вполне осуществима при построении простой модели одного индикатора. Именно такая задача здесь и рассматривается. Но для модели системы взаимосвязанных индикаторов полный перебор может вести к слишком продолжительному расчету. Для ускорения полный перебор можно делать на грубой сетке в предположении, что удастся обнаружить область глобального минимума. Дальнейшее уточнение решения можно выполнить каким-нибудь локальным методом математического

программирования, например методом, описанном в этом сборнике в статье «Решение оптимизационных задач в энергетике при большом числе ограничений типа равенства».

Кроме построения модели в форме (2) необходимо дать оценку диапазона возможных колебаний значений индикатора на интервале прогноза. Как было сказано в описании решаемой задачи, классические методы регрессионного анализа не могут быть использованы, и прежде всего из-за ничтожно малой выборки и невозможности проведения повторных подтверждающих экспериментов. В этих условиях необходимое априорное задание адекватной процессу формулы модели должно быть дополнено проведением численного стохастического эксперимента (имитационного моделирования) для выявления оценок диапазонов колебаний искомых величин при заданных интервалах колебаний случайных факторов. Закон распределения этих факторов обычно неизвестен, поэтому предполагается равномерный закон распределения – интервальный подход.

Построение модели состоит в следующем. До начала решения экспертом выбирается формула модели – (5) или линейный сплайн. Процесс расчета модели состоит из двух этапов. Сначала определяется расположение узлов сплайна. При этом производится полный перебор возможных вариантов их местоположения. Выбирается вариант с минимальным значением функции (13). На втором этапе при найденном положении узлов проводится численный стохастический эксперимент. Ко всем точкам графика (1) добавляются случайные отклонения заданного распределения (равномерного или нормального, по выбору эксперта) и вычисляются варианты сплайнов с их экстраполяцией в область прогноза. Число таких сплайнов может быть любым в пределах разумного времени счета, но после нескольких десятков результат обычно не меняется. Полученные сплайны (по ходу их вычисления) статистически обрабатываются. Определяется средняя модель (2) с добавлением прогноза и диапазон её возможного разброса как максимальные и минимальные значения по всем сплайнам для каждой точки. Кроме этого для формулы (2) определяются линии $Y_{inf}(n)$ и $Y_{sup}(n)$, задающие диапазон возможных колебаний значений индикатора, в том числе в прогнозной области. Эти линии учитывают действие фактора $Z(n)$ из (3). Для их получения к диапазону разброса модели добавляется максимальное отклонение индикатора (1) от диапазона разброса модели. На рисунке 1 приведен пример модели со всеми её оценками.

Условия расчета задаются по умолчанию, но эксперт может их изменять, добиваясь повторными расчетами нужного результата.

6. РАЗРАБОТКА ИНСТРУМЕНТАРИЯ

По описанной методике построения моделей индикаторов энергетической безопасности разработано приложение «Конструктор модели $Y(T)$ для экспертного анализа и прогноза графика $X(T)$ »,

сокращенно - COMODXT_2012 (T – время). Для этого использована программа Excel Microsoft Office. Все приложение расположено в одной книге. Программная часть написана на языке VBA. Интерфейс создан на двух листах – «ОкноИнтерфейса» (ОИ) и «СписокМоделей». На других двух листах находится база данных (БД). «БДграфики» - исходные графики индикаторов безопасности и «БДмодели» - их вычисленные модели. Часть исходных графиков защищена от произвольных изменений. Остальные могут вводиться, корректироваться или удаляться через диалоговое окно интерфейса. Ввод или удаление графика автоматически отражается в листе «СписокМоделей». Для вызова графика и его модели в ОИ надо на листе «СписокМоделей» нажать кнопку, находящуюся рядом с названием графика. В ОИ находятся: кнопки управления расчетом, две диаграммы – графика $X(k)$ с его моделью $Y(k)$ и графика их приращений, ячейки параметров расчета. Каждый из 12 параметров записывается в двух соседних ячейках. Слева находятся ячейки со значениями «по умолчанию». Справа – «Экспертное задание». Если надо оставить «по умолчанию», в ячейке «Экспертное задание» надо записать ноль (или «пусто»). Если эксперт хочет изменить параметр – надо ввести его новое значение. В параметрах можно задать вид модели – линейный сплайн или сплайн с участками в виде простых или смещенных экспонент. Предназначения всех параметров подробно описаны в ОИ. Вид диалогового окна пользовательского интерфейса – ОИ – приведен на рис. 2. Действия кнопок управления ясны по их названиям: «Очистить окно», «Удалить график $X(k)$ », «Ввести новый график $X(k)$ (ручной ввод)», «Читать по коду», «+1», «-1», «Расчет и запись $Y(k)$ ». «Проверить базу данных (БД)». График и модель идентифицируются в базе данных ключом – *символьным кодом*. Для чтения из БД в ОИ надо в ячейке «КОД» записать этот ключ. Кнопкой «Читать по коду» введутся график и модель именно по этому коду. Введется также его порядковый номер в БД и защищен он или нет. Если надо ввести график, предыдущий по порядку в БД или последующий, надо нажать кнопки «-1» или «+1». Если у введенного графика пока нет модели, будет выведено сообщение. Вообще по ходу работы в ОИ выводятся различные предупредительные сообщения, смысл которых понятен по их тексту. Порядок работы при расчете модели должен быть таким. Сначала вводится график. Если модель уже есть и надо только ее пересчитать с другими параметрами, выводится и эта модель с параметрами, по которым она была рассчитана ранее. После этого можно поменять параметры и выполнить расчет с записью новой модели на место прежней. В окне, для сравнения, старая остается отображенной другим цветом. При изменениях в графике происходит то же самое. При любом повторном расчете по одному и тому же графику чтение из БД надо повторять (если этого не сделать, будет выдано предупреждение и кнопка расчета не сработает). Это сделано для того, чтобы нельзя было случайно изменить график. Если же его изменить необходимо и он не защищен, то после его

изменения надо выполнить «Ввести новый график $X(k)$ (ручной ввод)» и снова его прочитать. Прежняя модель при этом стирается. После расчета модели все её параметры и порядковые номера обоих узлов выводятся в окне. Эти же результаты хранятся в БД и при необходимости могут быть выведены для дальнейшего использования средствами консолидации Excel или дополнительно написанным кодом на VBA. В окне «Сообщения» после окончания заданной операции выдается сообщение о её завершении. По ходу счета, если он достаточно длительный, выдается текст «ЖДИТЕ» и отсчет выполненных операций при поиске узлов сплайна и при численном стохастическом эксперименте. Расположение узлов сплайна можно задать до счета, если оно известно или надо экспертно проверить различные варианты, тогда расчет будет короче.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны формы представления математических моделей индикаторов энергетической безопасности в виде непрерывных сплайн-функций с гладкими монотонными участками. Разработана методика их вычисления, в том числе с выбором оптимального расположения узлов сплайна. Полученные модели дают возможность провести анализ функционирования энергетического комплекса, его структурных изменений в прошлом и, при условии сохранения существующей на настоящий момент структуры в будущем, провести прогноз - определить диапазон возможных состояний на будущее. Для

практического построения моделей по описанной методике разработан инструментарий – программное приложение “COMODXT_2012” на базе общедоступного математического обеспечения – программы Excel офисного приложения Microsoft Office.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Е.В.Быкова, *Мониторинг индикаторов энергетической безопасности*,. Монография. Кишинев: Типография АН РМ, 2008, 162 с.
- [2] Р.В.Хемминг, Численные методы для научных работников и инженеров, Москва, «Наука», 1968, 400 с.
- [3] Д.Пуарье, Эконометрия структурных изменений (с применением сплайн-функций), Москва, «Финансы и статистика», 1981 г., 184 с.
- [4] А.П.Вошинин, Г.Р.Сотиров, *Оптимизация в условиях неопределенности*, Издательство МЭИ – СССР, «Техника» - НРБ, 1989, 224 с.
- [5] А.И.Орлов, *Эконометрика*. Учебник, Москва, «Экзамен», 2002, 576 с. <http://www.aup.ru/books/m153>.

Гродецкий М. В., инженер-электрик, окончил Чешский политехнический институт в Праге в 1958 году, с 1963 года научный сотрудник Института энергетики Академии наук Молдовы, работает над методами, алгоритмами и программными приложениями для решения задач в области электрических станций и электроэнергетических систем

Быкова Е.В., вед. н.с., к.т.н. Профессиональные интересы находятся в области исследования и анализа общих проблем энергетики, методологии расчета и мониторинга индикаторов энергетической безопасности страны (региона); в области применения современных технологий производства электрической и тепловой энергии.

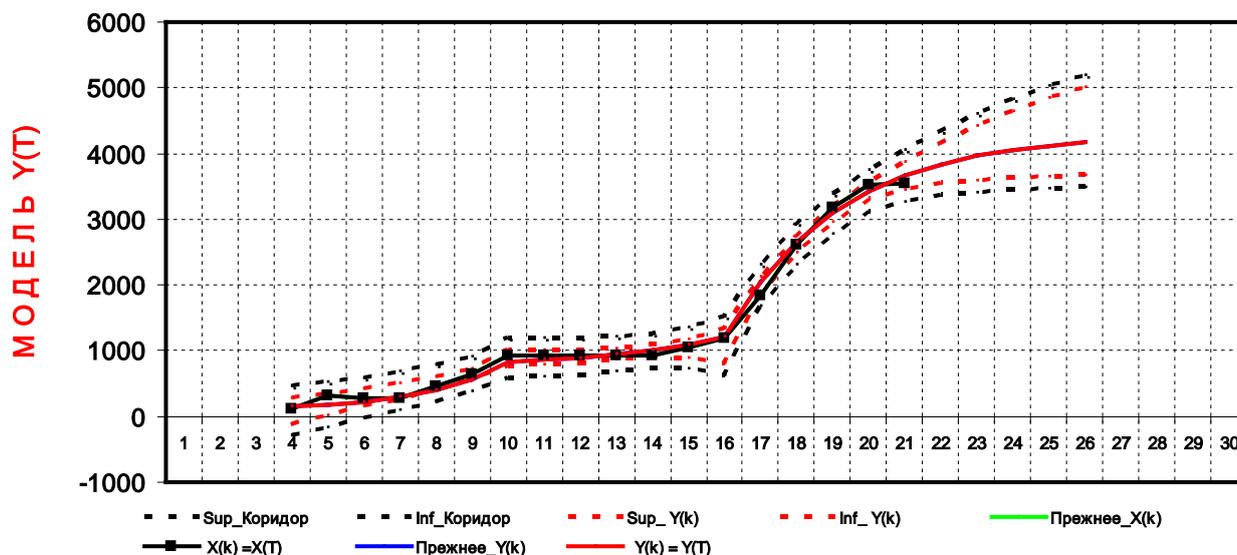


Рис.1. Пример модели индикатора «7.7. Тариф на газ, лей/куб.м.»

Точки исходных данных $X(k)$ отмечены квадратами; модель $Y(k)$ – сплошная линия; две внутренние пунктирные линии - возможный разброс $Y(k)$ под влиянием случайной ошибки; две наружные пунктирные линии – возможный диапазон значений индикатора $X(k)$; узлы сплайна – точки 10 и 16; точки от 22-й до 26-й - прогноз.

СОМОДХТ_2012 - КОНСТРУКТОР МОДЕЛИ УЧ(Т)
ДЛЯ ЭКСПЕРТНОГО АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА ГРАФИКА УЧ(Т)

ПРОВЕРИТЬ БАЗУ ДАННЫХ (БД)

лист: пароль 111

По умолчанию / экспертно задание интервалов по k (0 - пусто по умолчанию)

сообщения: ЧТЕНИЕ
ВЫПОЛНЕНО!
КОРРЕКТИРУЙТЕ (?)
ПАРАМЕТРЫ.

РАСЧЕТ И ЗАПИСЬ УЧ(Т)
ввести новый график УЧ(Т) (ручной ввод)
-1 читать по коду +1
защищен № в БД 34

Название графика 7.7. Тариф на газ, лейкуб.м.

Годы Т	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
X(k) - X(T)				124	320	281	281	454	638	926	926	926	926	926	1058	1183	1846	2604	3187	3517	3542									
K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

лфт: число точек прогноза УЧ(Т) 5
лсорт: мин. число точек в правом участке 5

По умолчанию / прогнizable: задание условий построения модели и численного стохастического эксперимента:

7	5	0	0	Xmis1 (%)	ошибка статистических данных УЧ(Т), в % от Xmax: X(T)факт = X(T) ± Xmis1 * Xmax / 100
8	50	0	0	объем перебора	- число вариантов значений Q и R.
9	1	0	0	распределение вероятности значений УЧ(Т)	: 1 - линейное, 2 - нормальное
10	50	0	0	число опытов	численного стохастического эксперимента.
11	3	0	0	вид модели	: 1, 2 или 3 - смотри "Формулы расчета точек участка сплайна".

Модель задается как непрерывная функция в виде сплайна из трёх участков.
Участок - монотонная гладкая функция, в углах стыковки - разрыв производных.
Каждый участок определяется пятью числами:

n	Kn.beg	Y1.n	Rn	Qn	Kn.end	Характер динамики участка модели
1	4	156,6245	-68,36	0,6	10	НЕОГРАНИЧЕННЫЙ РОСТ
2	10	831,179	-273,44	0,36	16	НЕОГРАНИЧЕННЫЙ РОСТ
3	16	1212,754	1162,12	-0,27	26	ОГРАНИЧЕННЫЙ РОСТ

3 Вид модели. Типы участков сплайна: у вида 1 - прямая линия ("арифметическая прогрессия")
у вида 2 - экспонента ("геометрическая прогрессия")
у вида 3 - смещенная экспонента ("смешанная прогрессия")

Показатели расчета

137853	Средний на сплайн перебор вариантов.
282	Из них удаляемых вариантов.
51	Число расчетов сплайна.

Формулы расчета точек участка сплайна:

$$Y(Kn.beg) = Y1.n,$$

$$Y(k+1) = Y(k) + (Y(k) * Q + R) = Y(k) + U(k)$$

(k растет от Kn.beg до Kn.end - 1).
при Q = 0 - модель вида 1,
при R = 0 - модель вида 2,
при Q, R не 0 - модель вида 3.

Приращение Ux(k) = X(k+1) - X(k).
Приращение Uy(k) = Y(k+1) - Y(k).

Рис.2. Диалоговое окно пользовательского интерфейса приложения "СОМОДХТ_2012".